

1、

辐射长度 X_0

是描述高能电子因电磁簇射而损失能量的特征长度。当电子穿过介质时，主要通过韧致辐射损失能量，同时产生光子；光子又通过电子对产生新的电子-正电子对，形成级联簇射。辐射长度定义为电子能量因韧致辐射衰减到原来的 $1/e$ 时所需的平均厚度，也是光子平均自由程的 $7/9$ 。

核作用长度 λ

是描述强子因强相互作用而被吸收或发生非弹性散射的特征长度。强子与原子核发生强相互作用，产生次级粒子或被吸收。核作用长度定义为强子相互作用截面导致的平均自由程。

碳、铝、钨的辐射长度和核作用长度分别为 186mm/386mm, 89mm/397mm, 3.5mm/99mm

公式是 $E = E_0 \exp(-t/X_0)$

得出碳、铝、钨电子能量衰减分别为 99.5%，98.9%与 75.1%

根据 $\theta_0 \approx (13.6 \text{ MeV}) / (\beta pc) \times \sqrt{t/X_0} \times [1 + 0.038 \ln(t/X_0)]$

对高能电子，不需要非常精确的结果，所以 $\beta \approx 1$ ，便于计算

则 1 GeV 电子：

碳： $\theta_0 \approx 1.0 \text{ mrad}$

铝： $\theta_0 \approx 1.4 \text{ mrad}$

钨： $\theta_0 \approx 7.3 \text{ mrad}$

10 GeV 电子：

碳： $\theta_0 \approx 0.10 \text{ mrad}$

铝： $\theta_0 \approx 0.14 \text{ mrad}$

钨： $\theta_0 \approx 0.73 \text{ mrad}$

100 GeV 电子：

碳： $\theta_0 \approx 0.010 \text{ mrad}$

铝： $\theta_0 \approx 0.014 \text{ mrad}$

钨： $\theta_0 \approx 0.073 \text{ mrad}$

薄介质：能量损失服从朗道分布。不对称，有明显长尾，峰值低于平均值。原因是碰撞次数少，偶尔的大能量转移碰撞不可忽略，导致总能量损失被个别大事件拉高。

厚介质：能量损失趋近于高斯分布。对称，均值等于平均能量损失。原因是碰撞次数极多，根据中心极限定理，大量独立随机变量之和趋向高斯，大能量转移事件被大量小碰撞稀释。

2、

泊松过程

描述随机独立事件流的数学模型。事件在时间上随机发生，满足三个条件：不重叠区间内事件独立发生；在极短区间 Δt 内，事件发生概率与 Δt 成正比；多个事件同时发生的概率可忽略。

泊松分布

单位时间或单位空间内发生 k 次事件的概率：

$$P(X=k) = \mu^k e^{-\mu} / k!$$

均值等于方差，都等于 μ 。用来检验数据是否服从泊松分布——若实测方差明显大于均值，说明存在“过离散”，可能有额外涨落源。

二项分布描述 n 次独立试验中成功 k 次的概率。当试验次数 n 很大、每次成功概率 p 很小、且 $np = \mu$ 保持有限时，二项分布收敛到泊松分布。

当 μ 很大时，泊松分布趋向高斯分布 $N(\mu, \mu)$ 。这是中心极限定理的结果——泊松变量可看作大量独立稀疏事件之和，事件数足够多时分布趋于对称。

母函数定义为 $G(z) = E[z^X] = \sum P(X=k) z^k$ 。它将概率分布编码为幂级数，通过求导可提取各阶矩。

泊松分布的母函数为 $G(z) = e^{\mu(z-1)}$ 。

独立变量之和的母函数等于各自母函数的乘积。用来使卷积运算转化为乘法，能够简化推导。

设 X 满足 $\text{Poisson}(\mu_1)$ ， Y 满足 $\text{Poisson}(\mu_2)$ ，且独立。

X 的母函数： $G_X(z) = e^{\mu_1(z-1)}$

Y 的母函数： $G_Y(z) = e^{\mu_2(z-1)}$

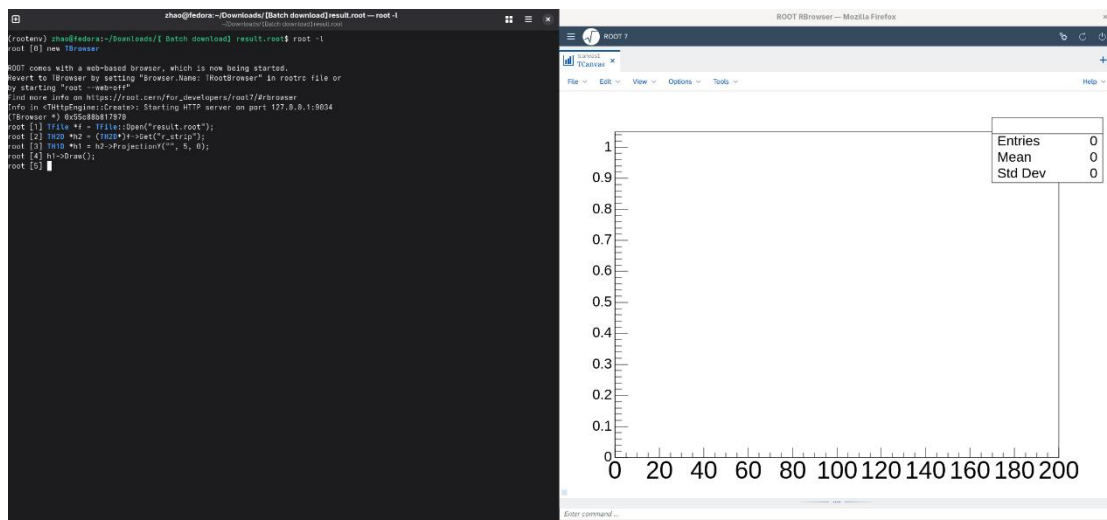
$Z=X+Y$ 的母函数：

$$G_Z(z) = E[z^{X+Y}] = E[z^X]E[z^Y] = G_X(z)G_Y(z) = e^{\mu_1(z-1)} e^{\mu_2(z-1)} = e^{(\mu_1+\mu_2)(z-1)}$$

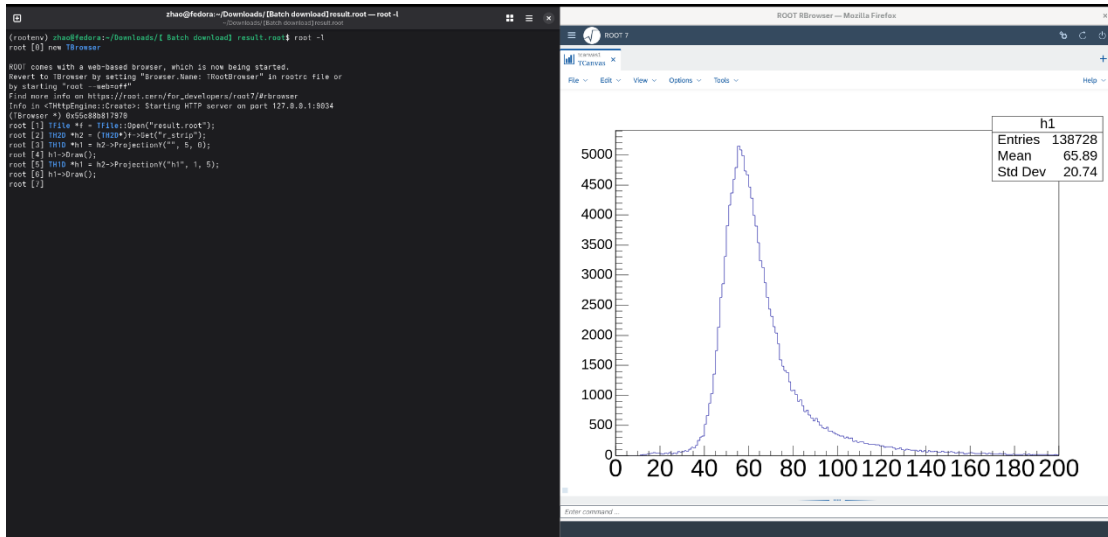
恰好是参数为 $\mu_1 + \mu_2$ 的泊松分布的母函数，故 Z 服从 $\text{Poisson}(\mu_1 + \mu_2)$ 。

3、

根据提示—选取后发现没有生成图像



说明投影结果是空的，没有任何数据。这是因为 $5, 0$ 参数顺序导致 ROOT 无法正确选取 bin 范围 ($last < first$)，改成了正常参数 $\text{ProjectionY}("h1", 1, 5)$ ，而后就正常生成了图像



峰值在约 55 附近

右侧有明显长尾，拖尾到 150 以上

左侧上升较陡，右侧下降缓慢

符合朗道分布，之后进行了拟合，也使用了所给的 style 作画风格

