1.阅读粒子探测技术1、2两章的内容，并回答下面的问题

（1）辐射长度

电子韧致辐射能量损失通常由辐射能量损失率公式描述：

$$-\frac{dE}{dx}=\frac{4\alpha N_A Z^2}{A}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2})^2 Eln\frac{183}{Z^{1/3}}$$

将电子韧致辐射能量损失表达式改写为：$-\frac{dE}{dx}=\frac{E_0}{X_0}$

得到$E=E_0e^{-\frac{x}{X_0}}$

因此定义辐射长度为X_0，表示一个高能电子通过韧致辐射能量损失到原始能量的$1/e$时在介质中所经过的平均路程。辐射长度X_0是描述高能电子在介质中因韧致辐射损失能量的特征长度，其数值主要取决于介质的原子序数Z和原子量A。辐射长度也弱依赖于入射粒子能量（在极高能量下略有变化），但通常作为常数处理。

（2）核作用长度

类似于光子束，可以定义强子束强度在物质中的衰减定义核相互作用强度λ_I

定义公式类似于辐射长度：$N=N_0e^{\frac{x}{\lambda_I}}$

λ_I可以通过强子截面的非弹性部分计算，物理意义是强子与原子核发生非弹性核反应的平均自由程：$\lambda_I=\frac{A}{N_A\rho\sigma_{inelastic}}$

（3）计算1 mm厚板后电子能量衰减比例（近似）

虽然实际电子能量衰减还包含电离损失，但在1 GeV以上韧致辐射占优，故可由$\frac{E}{E_0}=e^{-\frac{x}{X_0}}$近似计算能量衰减

查典型辐射长度 X_0（g/cm²）并换算为长度（cm）：

材料	ρ **(g/cm³)**	X_0 **(g/cm²)**	X_0 **(cm)**	x/X_0	**衰减因子** e^{-x/X_0}
碳	2.27	42.7	18.81	0.1 / 18.81 ≈ 0.0053	≈ 0.995
铝	2.70	24.0	8.89	0.1 / 8.89 ≈ 0.0112	≈ 0.989
钨	19.3	6.76	0.350	0.1 / 0.350 ≈ 0.286	≈ 0.751

（4）多重散射角（均方根投影角 θ_0）

公式（Highland 近似）：

$$\theta^{rms}_{space}=\frac{19.2\ \mathrm{MeV}}{\beta cp}\sqrt{\frac{x}{X_0}}\left[1+0.038\ln\left(\frac{x}{X_0}\right)\right]$$

对于电子，$\beta\approx1$（GeV量级），p 为动量（MeV）。

计算不同能量、不同材料的 θ^{rms}_{space}（单位 mrad，近似值，取 $\ln$ 项 ≈ 1）：

- 碳：$x/X_0=0.0053$

    - 1 GeV ($p = 1000\ \mathrm{MeV}$)：$\theta_{space}^{rms} \approx \frac{19.2}{1000} \times 0.0728 \times 1.0 = 0.00139\ \mathrm{rad} \approx 1.4\ \mathrm{mrad}$
    - 10 GeV：0.14 mrad；100 GeV：0.014 mrad
- 铝：$x/X_0 = 0.0112$
    - 1 GeV：$\frac{19.2}{1000} \times 0.106 \approx 0.00203\ \mathrm{rad} \approx 2.0\ \mathrm{mrad}$
    - 10 GeV：0.2 mrad；100 GeV：0.02 mrad
- 钨：$x/X_0 = 0.286$
    - 1 GeV：$\frac{19.2}{1000} \times 0.535 \approx 0.01032\ \mathrm{rad} \approx 10.3\ \mathrm{mrad}$
    - 10 GeV：1.03 mrad；100 GeV：0.103 mrad

> 多重散射角与 $1/p$ 成正比，随能量升高迅速减小；与 $\sqrt{x/X_0}$ 成正比，高Z材料散射更强。

（5）粒子穿过厚、薄介质时电离能量损失的分布差异

- **薄介质（如几个微米的硅探测器）**：粒子穿过时发生的碰撞次数很少，能量损失涨落很大，分布不对称，呈**朗道分布**（Landau distribution），有一个最概然能损（远小于平均能损）和一个长的高能尾部。
- **厚介质（厘米级以上）**：碰撞次数很多，根据中心极限定理，总能量损失趋于**高斯分布**，均值为平均能损，方差由涨落决定。实际由于高能 δ 电子的贡献，仍略有不对称，但近似高斯。
  原因：单次碰撞的能量转移服从朗道分布（小概率大能损），薄介质时抽样次数少，大能损事件导致长尾；厚介质大量独立同分布随机变量之和趋于正态。

2.泊松、二项、高斯分布及母函数

由二项分布推导出泊松分布：

∵二项分布 $P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{p^k \cdot n! \cdot (1-p)^{n-k}}{k!\,(n-k)!}$

定义$\lambda=np$. λ是单位时间内，事件发生的期望次数（平均次数）

则 $P(X=k)=\left[\frac{n\cdot(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)\cdot(n-k)!}{k!\,(n-k)!}=\frac{n\cdot(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!}\right]\left(\frac{\lambda}{n}\right)^k\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$

则 $\lim\limits_{n\to\infty} P(X=k)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{\lambda}{n}\right)^k\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$

$$P(X=k)=\frac{n^k}{k!}\cdot\frac{\lambda^k}{n^k}e^{-\lambda}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

可以发现泊松概率分布只有λ这一个参数.

泊松分布是二项分布在$n\to\infty$，$p\to 0$，$\lambda=np$的一种极限情形，是用来统计一些罕见的事件分布模型，如：一分钟内接到的电话数量、一本书中每页出现的错别字个数；在高能物理中，粒子穿过薄介质发生的碰撞次数很少，其电离能损是朗道分布，而朗道分布就是复合泊松分布的一个极限情况。

当λ增大时，单位时间内事件发生的平均次数增大，根据中心极限定理，则泊松分布趋于正态分布. 这就相当于粒子穿过厚介质，发生的碰撞次数大大增多，故电离能损也趋于正态分布.

泊松过程与泊松分布

- **泊松过程**：时间或空间上随机独立事件发生的计数过程，满足：
  1. 增量独立性；

2. 在足够小的时间间隔 Δt 内，发生一次事件的概率 ≈ $\lambda\Delta t$，发生多次概率忽略；
3. 平稳性（λ 常数）。
   则 t 时间内事件数 $N(t) \sim \mathrm{Poisson}(\lambda t)$。

- **泊松分布**：

$$P(N=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!},\quad k=0,1,2,\ldots$$

  期望 $E[N]=\lambda$，方差 $\mathrm{Var}[N]=\lambda$。
- **与二项分布、高斯分布的关系**：
  - 二项分布 $B(n,p)$，当 n 很大，p 很小，$np=\lambda$ 固定时，逼近泊松分布。
  - 泊松分布当 λ 很大（$\lambda>20$ 左右），近似高斯分布 $N(\lambda,\lambda)$。

母函数（概率生成函数）

定义：离散非负整随机变量 X 的母函数 $G_X(s)=E[s^X]=\sum_{k=0}^{\infty}P(X=k)s^k$。
性质：

- $G_X(1)=1$，$G'_X(1)=E[X]$，$G''_X(1)=E[X(X-1)]$。
- 独立随机变量和的母函数为各自母函数之积：$G_{X+Y}(s)=G_X(s)G_Y(s)$。
  应用：证明两个独立泊松变量之和仍为泊松分布。
  设 $X\sim\mathrm{Pois}(\lambda_1)$，$Y\sim\mathrm{Pois}(\lambda_2)$，母函数：

$$G_X(s)=e^{-\lambda_1}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 s)^k}{k!}=e^{-\lambda_1(1-s)}$$

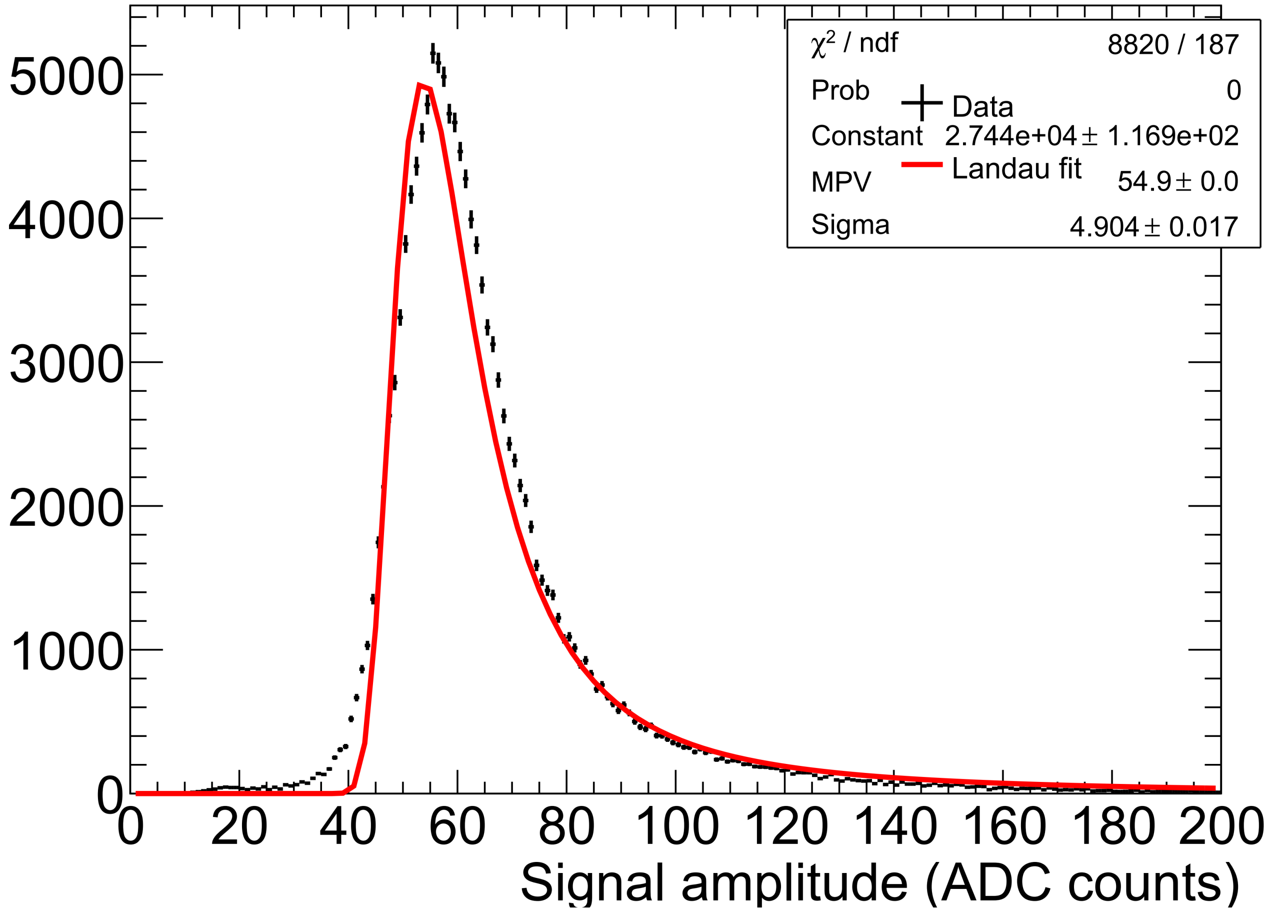
  同理 $G_Y(s)=e^{-\lambda_2(1-s)}$。
  则 $G_{X+Y}(s)=G_X(s)G_Y(s)=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(1-s)}$，正是 $\mathrm{Pois}(\lambda_1+\lambda_2)$ 的母函数，由唯一性得证。
  其实这个母函数我大都没怎么搞懂，看网上的一些教程都是与数列的生成有关，好像这个母函数是抽象代数的利器，但是这个数学理论方面的东西我目前还在学习，应用方面我只能依葫芦画瓢。

3.投影拟合

代码示例（大部分使用deepseek生成）：

```
#include "style.h"

void fit_paper() {
    MyStyle();
    gStyle->SetOptFit(1111);        // 显示拟合参数（可根据喜好设为0）
    gStyle->SetOptStat(0);
    gStyle->SetPadTickX(1);
    gStyle->SetPadTickY(1);

    TFile *fin = TFile::Open("result.root", "READ");
```

```cpp
    if (!fin || fin->IsZombie()) {
        std::cerr << "Error: cannot open result.root" << std::endl;
        return;
    }
    TH2D *h2 = (TH2D*)fin->Get("r_strip");
    if (!h2) {
        std::cerr << "Error: r_strip not found" << std::endl;
        fin->Close();
        return;
    }

    TH1D *h_proj = h2->ProjectionY("proj", 1, 5);
    h_proj->SetTitle("");
    h_proj->SetXTitle("Signal amplitude (ADC counts)");
    h_proj->SetYTitle("Entries");
    h_proj->SetLineColor(kBlack);
    h_proj->SetLineWidth(2);
    // 推荐：不填充，避免遮挡误差棒
    h_proj->SetFillStyle(0);

    TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "Silicon Strip Signal", 800, 600);
    c1->SetLeftMargin(0.12);
    c1->SetBottomMargin(0.12);
    h_proj->Draw("E");

    // 拟合：不使用 "R" 选项（根据用户经验）
    h_proj->Fit("landau", "0");
    TF1 *fLandau = h_proj->GetFunction("landau");
    if (fLandau) {
        fLandau->SetLineColor(kRed);
        fLandau->SetLineWidth(3);
        fLandau->Draw("same");
    }

    TLegend *leg = new TLegend(0.70, 0.75, 0.88, 0.88);
    leg->SetBorderSize(0);
    leg->SetFillStyle(0);
    leg->AddEntry(h_proj, "Data", "lep");
    leg->AddEntry(fLandau, "Landau fit", "l");
    leg->Draw();

    c1->SaveAs("silicon_signal.pdf");
    fin->Close();
}
```



此次拟合让我对root有了更加深入的理解和应用，我可以不那么依赖AI，自主修改AI犯的错误