

第三次作业

1.

辐射长度是高能电子在物质中因韧致辐射能量损失，使初始能量衰减到约 $1/e$ (37%) 时穿过的平均厚度，是描述电子电磁相互作用能量损失的关键参数。

核作用长度则是强子与物质原子核发生非弹性核作用，入射粒子强度衰减到初始值的 $1/e$ 时穿过的平均厚度，用于表征强相互作用的衰减特性。

对于 1 毫米厚的碳、铝、钨板，电子能量衰减程度与材料辐射长度直接相关，碳的辐射长度约 42.7 厘米，铝约 8.9 厘米，钨仅约 0.35 厘米，因此电子经过碳和铝板后能量几乎无明显衰减，剩余比例分别接近 99.8% 和 98.9%，而经过钨板后能量会明显衰减，剩余比例约为 75.1%。多重散射角方面，其均方根偏转角与粒子动量的平方根成反比，与材料辐射长度的平方根成正比，因此随着电子能量从 1 GeV 提升到 100 GeV，散射角会显著减小；同时钨的辐射长度远小于碳和铝，电子在钨中的散射角远大于在碳和铝中的散射角，例如 1 GeV 电子在碳中的散射角约 0.8° ，在铝中约 1.7° ，在钨中则约 8.6° ，10 GeV 和 100 GeV 电子的散射角分别为对应能量的 $1/10$ 和 $1/100$ 。

粒子穿过介质时的电离能量损失分布，会随介质厚度变化呈现不同特征：在薄介质中，粒子与介质原子的碰撞次数较少，单次大能量转移的概率不可忽略，能量损失涨落较大，因此分布服从朗道分布，呈现不对称形态，峰值偏向低能端，同时因少数粒子的大能量损失而带有明显的高能拖尾；而在厚介质中，粒子与介质原子的碰撞次数极多，单次碰撞的能量损失差异会被大量小能量损失的平均效应抵消，根据中心极限定理，能量损失分布会趋近于对称的高斯分布，峰值与平均能损基本重合，涨落也显著减小。

2.

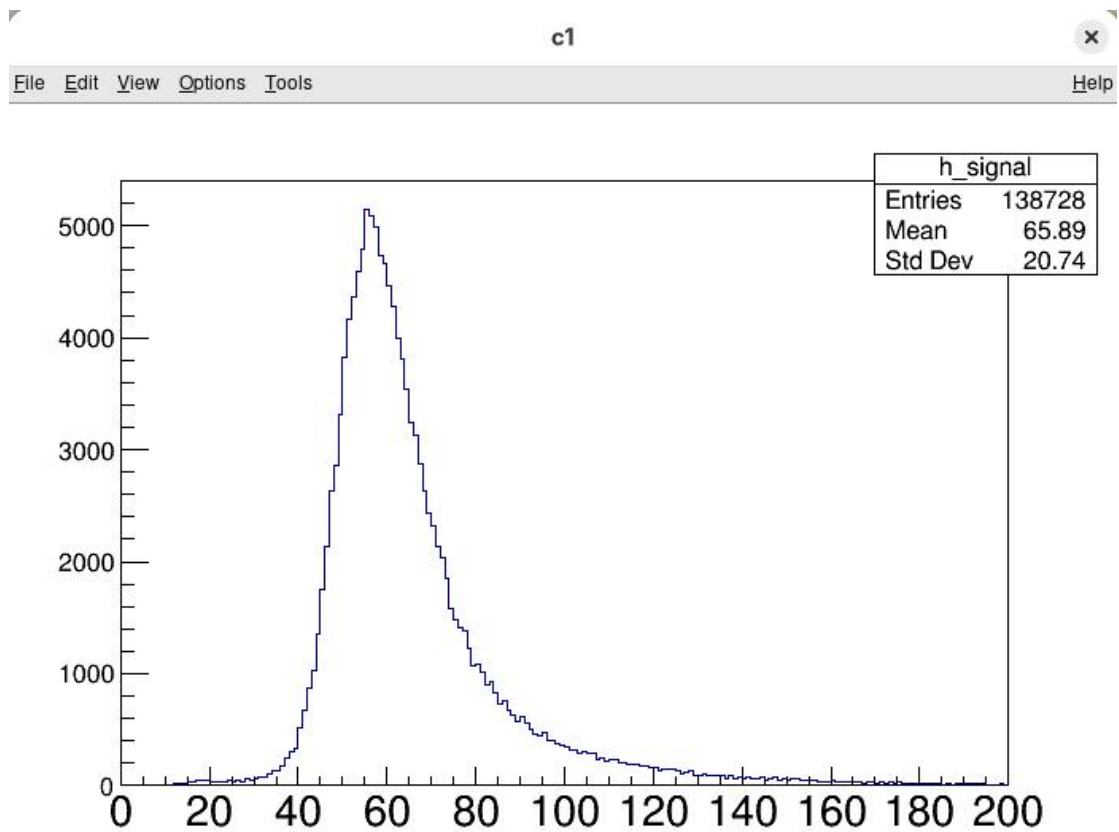
泊松过程是描述随机事件在时间或空间中均匀发生的计数过程，满足平稳性、独立增量性和稀有事件性。泊松分布是泊松过程中单位时间或空间内事件发生次数的概率分布，概率质量函数为 $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ，其中 λ 为事件的平均发生率，其均值与方差相等，即 $E(X) = \lambda$ ， $D(X) = \lambda$ 。泊松分布常用于描述单位时间内的服务请求数、放射性衰变粒子数、交通流量等稀有事件。

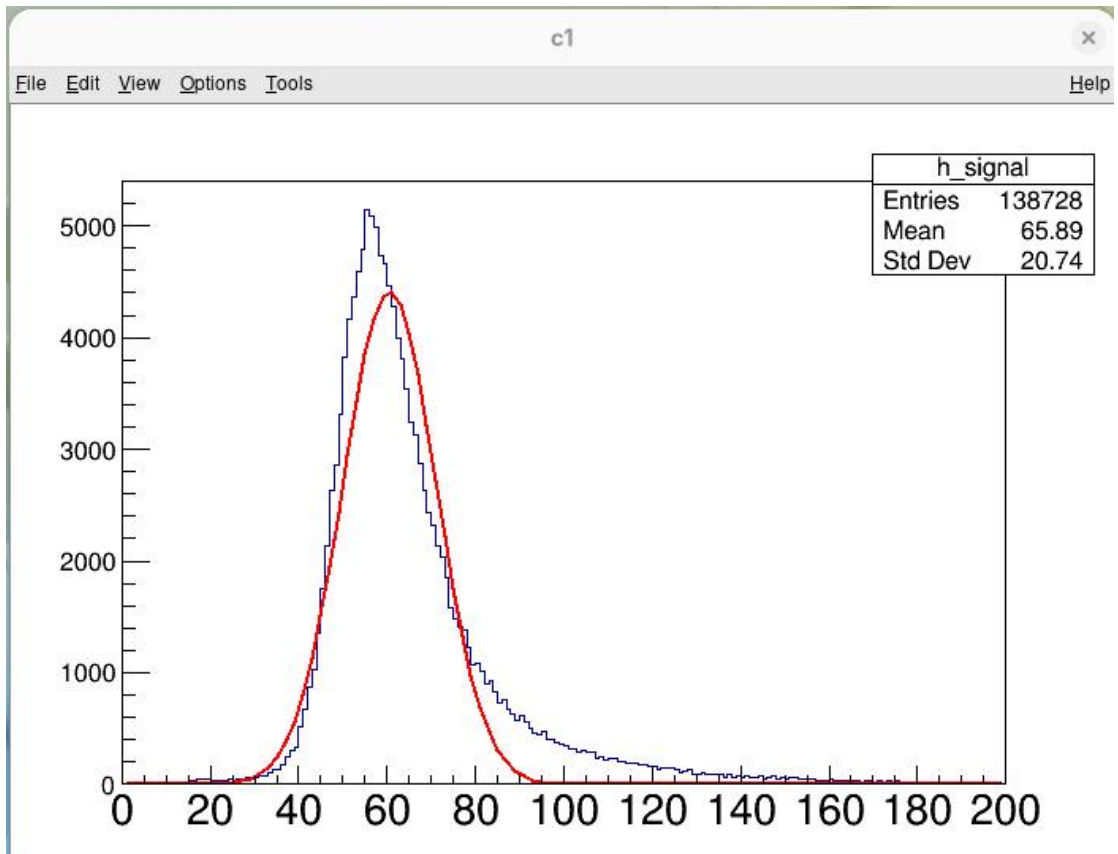
当二项分布 $B(n, p)$ 满足试验次数 $n \rightarrow \infty$ ，单次成功概率 $p \rightarrow 0$ ，且 $np = \lambda$ 为常数时，二项分布近似泊松分布，即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ 。当泊松分布的参数 λ 很大时，泊松分布近似服从高斯分布 $N(\lambda, \lambda)$ ，即 $P(X = k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{(k-\lambda)^2}{2\lambda}}$ 。

母函数是研究离散型随机变量分布的工具，核心性质包括：若 X, Y 为独立随机变量，母函数分别为 $G_X(s)$ 和 $G_Y(s)$ ，则 $X + Y$ 的母函数为 $G_{X+Y}(s) = G_X(s) \cdot G_Y(s)$ ；母函数的导数可直接计算随机变量的矩，即 $E(X) = G'(1)$ ， $E(X^2) = G''(1) + G'(1)$ 。母函数常用于证明独立随机变量和的分布、推导分布的数字特征。

设 $X \sim P(\lambda_1)$ ， $Y \sim P(\lambda_2)$ ，且 X 与 Y 相互独立，证明 $X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$ 。首先，泊松分布 $P(\lambda)$ 的母函数为 $G(s) = E(s^X) = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \cdot \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ，利用指数函数的泰勒展开 $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda s)^k}{k!} = e^{\lambda s}$ ，可得 $G(s) = e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda s} = e^{\lambda(s-1)}$ 。其次，由于 X 与 Y 独立， $X + Y$ 的母函数为 $G_{X+Y}(s) = G_X(s) \cdot G_Y(s) = e^{\lambda_1(s-1)} \cdot e^{\lambda_2(s-1)} = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$ 。最后， $G_{X+Y}(s)$ 正是参数为 $\lambda_1 + \lambda_2$ 的泊松分布的母函数，因此 $X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

3.





```

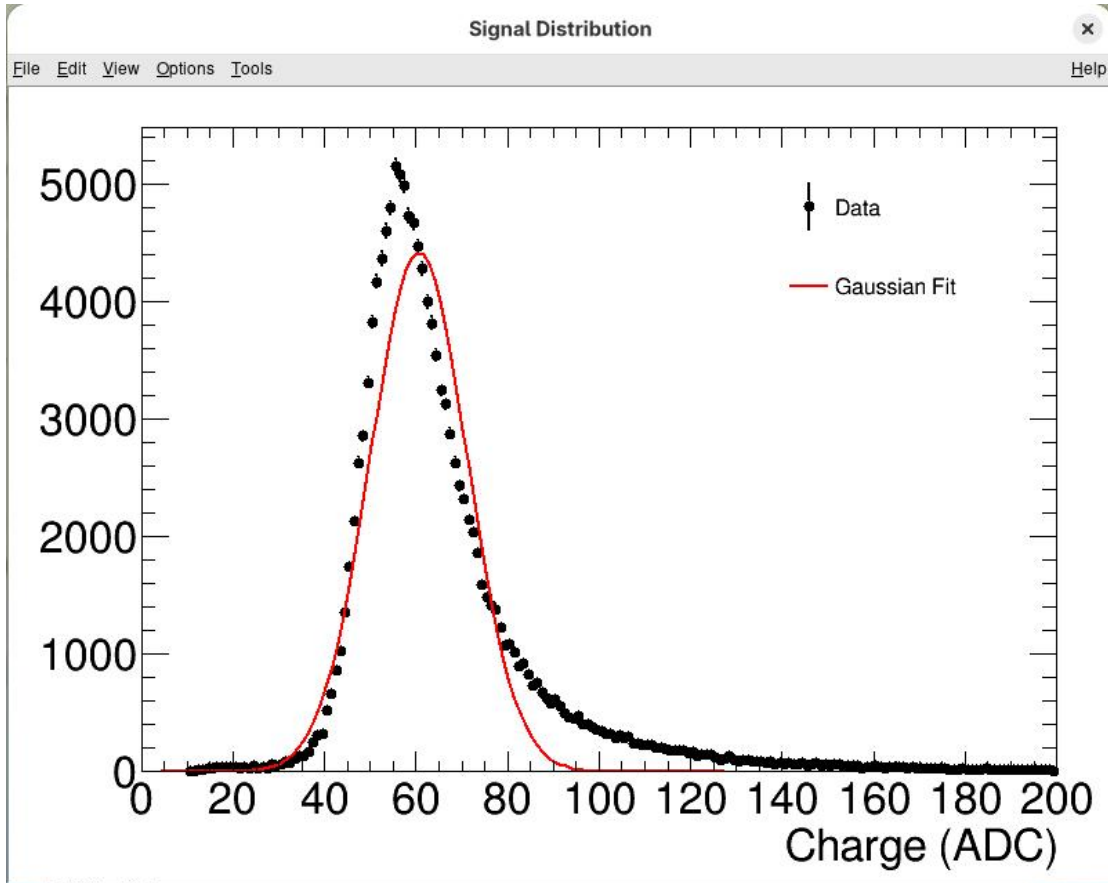
-----
| Welcome to ROOT 6.38.04                                     https://root.cern |
| (c) 1995-2025, The ROOT Team; conception: R. Brun, F. Rademakers |
| Built for linuxx8664gcc on Apr 25 2026, 00:00:00           |
| From tags/6-38-04@6-38-04                                 |
| With g++ (GCC) 16.0.1 20260321 (Red Hat 16.0.1-0) std202002 |
| Try '.help'/'?', '.demo', '.license', '.credits', '.quit'/'.' |
-----

```

```

root [0] // 1. root
root [1] TFile *f = new TFile("result.root");
root [2] f->ls(); // r_stripeTH2D
TFile**      result.root
TFile*       result.root
KEY: TH2D    true_fit;1      true_fit
KEY: TH2D    true_fit2;1     true_fit
KEY: TH1D    chn_dis;1
KEY: TH1D    ladder_dis;1
KEY: TH1D    angle_dis;1
KEY: TH1D    e_dis;1
KEY: TH1D    em_dis;1
KEY: TH1D    h_end;1
KEY: TH1D    chi;1
KEY: TH1D    angle;1
KEY: TH1D    pos_res;1
KEY: TH2D    eta;1
KEY: TH2D    cs_all;1
KEY: TH2D    r_stripe;1
KEY: TH2D    f_stripe;1
KEY: TH2D    stripe_num;1
KEY: TH2D    eta_pos;1
root [3]
root [3] // 2. TH2D
root [4] TH2D *r_stripe = (TH2D*)f->Get("r_stripe");
root [5]
root [5] // 3. X5binYbin1
root [6] TH1D *h_signal = r_stripe->ProjectionY("h_signal", 1, 5);
root [7]
root [7] // 4.
root [8] h_signal->Draw();
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>: created default TCanvas with name c1
root [9] TF1 *gaus = new TF1("gaus", "gaus", h_signal->GetXaxis()->GetXmin(),
h_signal->GetXaxis()->GetXmax());
root [10] h_signal->Fit("gaus", "R");
*****
Minimizer is Minuit2 / Migrad
Chi2          =          21055.5
Ndf           =           187
Edm           =    2.96825e-06
NCalls       =           115
Constant     =    4411.58    +/-    18.5964
Mean         =    60.5593    +/-    0.0410883
Sigma        =    10.6075    +/-    0.0322276    (limited)

```



```
root [0]
Processing plot.C...
*****
Minimizer is Minuit2 / Migrad
Chi2          =          17958.5
NDf           =           115
Edm           =    1.86438e-07
NCalls        =           104
Constant      =          4411.6 +/- 18.5953
Mean          =          60.5593 +/- 0.0410867
Sigma         =          10.6075 +/- 0.0322256 (limited)
Info in <TCanvas::Print>: pdf file signal_distribution.pdf has been created
Info in <TCanvas::Print>: file signal_distribution.png has been created
root [1] □
```