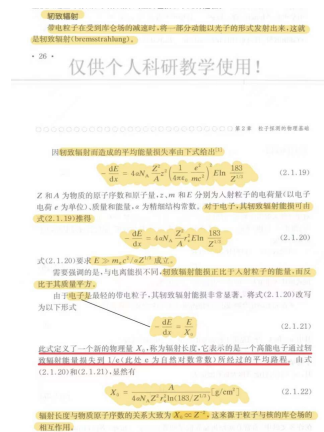


1、阅读粒子探测技术 1、2 两章的内容，并回答下面的问题- 辐射长度和核作用长度分别是什么，简单比较经过 1 毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减到原来的多少，对于 1 GeV、10 GeV、100 GeV 的电子，经过这些物质时，多重散射角分别为多大？（不需要非常精确的结果）- 简单介绍粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布有何不同，为什么？

1.1 辐射长度与核作用长度的定义及电子能量衰减



根据教材知识总结

辐射长度 (X_0): 高能电子在物质中因韧致辐射损失能量，当能量减少到初始能量的 $1/e$ ($\approx 36.8\%$) 时所穿过的物质厚度，是描述电磁相互作用的特征长度。单位通常为 g/cm^2 或 cm 。

核作用长度 (λ_0): 强子与原子核发生首次强相互作用的平均自由程，是描述强相互作用的特征长度。单位与辐射长度相同。

1mm 厚碳、铝、钨板的电子能量衰减
电子在物质中因辐射损失能量的规律为：

$$E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$$

查阅可知，三种物质的辐射长度及 1mm 厚度下的能量衰减因子：

物质	辐射长度 $X_0(cm)$	1mm 厚度的 x/X_0	能量衰减因子 e^{-x/X_0}	剩余能量比例
碳 (C)	19.0	0.00526	0.9947	~99.5%
铝 (Al)	8.9	0.0112	0.9888	~98.9%
钨 (W)	0.35	0.2857	0.7515	~75.2%

经过计算我们可以知道，钨的辐射长度极短，1mm 厚钨板就能使电子能量损失约 25%，而碳和铝对 1mm 厚度的电子能量衰减缺不明显。

1.2 不同能量电子的多重散射角

2.1.2 多次散射

带电粒子穿过物质时会被原子核和电子的库仑势散射(对于电子,强相互作用也有部分贡献),每次散射都将轻微地影响粒子的运动,大量散射过程的结果就是带电粒子将略微偏离原来的人射方向,如图 2.1.5 所示。库仑散射的散射角分布由莫里哀(Molière)理论描述^[1],对小角度散射,散射角 $\theta (= \theta_{\text{rms}})$ 分布在平均值 0 附近,可以用高斯分布描述;因带电粒子与核碰撞而产生的大角度散射则类似于卢瑟福散射,其分布具有较高的尾部(与高斯分布相比)。

仅供个人科研教学使用!

粒子探测技术

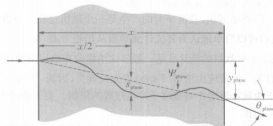


图 2.1.5 带电粒子在物质中的多次散射示意图(粒子沿页面水平入射)

由图 2.1.5,选取页面为参考平面,投影到该平面的入射粒子的散射角(θ_{rms})分布均方根(root mean square, rms)可以近似表述为

$$\theta_{\text{rms}}^{\text{mm}} = \sqrt{\langle \theta_{\text{rms}}^2 \rangle} = \frac{13.6}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right] \quad (2.1.16)$$

其中动量 p 单位为 MeV/c , x/X_0 是以辐射长度为量度的物质厚度。辐射长度 X_0 的定义详见后文。在 $10^{-3} < x/X_0 < 10^2$ 范围内,公式(2.1.16)对所有的纯物质均成立,其误差好于 11%。

式(2.1.16)还可以进一步简化,对于绝大多数实际应用情况,有

$$\theta_{\text{rms}}^{\text{mm}} = \frac{13.6}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \quad (2.1.17)$$

根据教材的相关表述总结可知

多重散射的均方根角度公式:

$$\left(\theta_0 \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right] \right)$$

对于高能电子, ($\beta \approx 1$), ($p \approx E/c$), 因此公式简化为:

$$\left(\theta_0 \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{E} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right] \right)$$

代入不同能量的电子进行运算可得:

电子能量	碳 (C)	铝 (Al)	钨 (W)
1 GeV	0.00079(0.045°)	0.0012(0.069°)	0.0069(0.40°)
10 GeV	0.000079(0.0045°)	0.00012(0.0069°)	0.00069(0.040°)
100 GeV	0.0000079(0.00045°)	0.000012(0.00069°)	0.000069(0.0040°)

可得,多重散射角与电子能量成反比,与物质原子序数 Z 成正比 (因为 X_0 随 Z 增大而减小)。

1.3 厚、薄介质中电离能量损失分布的差异及原因

图 2.1.2 显示了几种不同带电粒子(电子、 μ 轻子、 π 介子、质子、氢核和 α 粒子)在空气中的能量损失情况,以及在物质中电离能随粒子动量的变化。注意由于密度效应不同,气体(氢气)中能损的相对论上升幅度比液体和固体物质要大。

Bethe-Bloch 公式给出的是能量损失的统计涨落很大,当粒子穿越薄的吸收体层时,由于相互作用次数少,能量损失的统计涨落很大。在薄层物质,例如气体中,能损的分布很不对称,更接近于朗道(Landau)分布而非高斯(Gauss)或泊松(Poisson)分布。朗道分布的一个近似形式如下

$$L(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})\right] \quad (2.1.9)$$

其中 λ 代表与最概然能损之间的偏差

仅供个人科研教学使用!

第 2 章 粒子探测物理基础

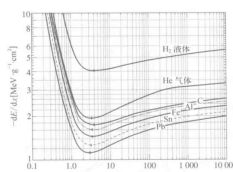


图 2.1.2 带电粒子在不同物质中电离能随粒子动量的变化

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta p}{\xi}$$

ΔE 为在厚度 x 的吸收层中的实际能损,最概然能损 Δp 则是能损分布中最大概率处对应的能量损失。

$$\Delta p = \xi \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} + \ln \frac{\xi}{4} + j - \beta^2 - \delta \right) \quad (2.1.10)$$

$j = 0.200$, 而 $\xi = (K^2 Z^2 / A) (x/\beta^2) \text{ MeV}$, x 的单位是 cm^2 。
以电子穿越 1 cm 厚的氢气层为例,由式(2.1.10)可得 $\xi = 1.9 \text{ keV}$,相应地,可以计算出一个最小电离粒子在 1 cm 厚的氢气层中最概然能损为 0.95 keV,可见比平均能损低了很多(2.121 keV,见表 2.1.1),最概然能损与平均能损的差别还可参考图 2.1.3。

实际测量的能损分布通常都比朗道分布给出的结果要宽,特别是对很薄的吸收层,但最概然能损式(2.1.10)仍然成立。对于非常厚的吸收层($\frac{dE}{dx} \cdot x \gg 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$),朗道分布的高能尾部大为收缩,能损分布可以用高斯分布近似。

分布差异:

薄介质: 能量损失分布呈朗道分布,特点是不对称,有一个明显的峰值和一个很长的高能尾巴。

厚介质: 能量损失分布趋近于高斯分布,对称且无明显尾巴(紧密收缩)。

原因:

电离能量损失是粒子与介质中原子的多次独立碰撞的结果

薄介质: 粒子穿过的原子层数少,碰撞次数有限(通常只有几十到几百次)。单次碰撞可能产生能量很大的 δ 电子,导致大能量损失。由于碰撞次数少,这些大损失无法被平均掉,因此分布不对称,呈现朗道分布。

厚介质: 粒子穿过的原子层数多,碰撞次数非常多。

根据所学的概率知识我们可以知道，大量独立随机变量的和趋近于高斯分布。大能量损失事件的影响被多次碰撞平均，因此分布变得对称。

2、泊松过程、泊松分布的性质和应用以及和二项分布、高斯分布的关系；母函数的性质及应用，例：利用母函数证明两个泊松分布的随机变量的和仍是泊松分布

2.1 泊松过程是描述离散随机事件在连续时间或空间中发生规律的基本随机过程，是粒子探测中绝大多数计数现象的数学模型。

一个计数过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是泊松过程有以下几点条件：

- 1 独立增量性：不重叠时间间隔内的事件数相互独立
- 2 平稳增量性：事件发生概率仅与时间间隔长度有关，与起始时刻无关
- 3 稀有性：极短时间 (Δt) 内，最多发生一个事件，发生两个及以上事件的概率为 $(o(\Delta t))$

物理意义：放射性衰变、光电子发射、探测器击中数等过程均符合泊松过程特征。单个事件的发生是随机且独立的，且在宏观时间尺度上平均发生率保持恒定。

2.2 泊松分布

由泊松过程公理推导，单位时间内发生 k 个事件的概率为： $(P(X = k) =$

$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ ， $k = 0, 1, 2, \dots)$ 其中 (λ) 是单位时间内事件的平均发生次数，为泊松分布唯一参数。

泊松分布的典型性质如下：

均值与方差相等： $(E[X] = \lambda)$ ， $(\text{Var}[X] = \lambda)$ ，标准差 $(\sigma = \sqrt{\lambda})$

可加性：独立泊松变量之和仍为泊松分布，参数为各参数之和

再生性：若每个事件以概率 p 被独立记录，则记录数服从参数为 (λp) 的泊松分布

实验应用:计数统计误差估计，绝对误差 (\sqrt{N}) ，相对误差 $(1/\sqrt{N})$ 。

应用实例:放射性衰变计数、探测器计数率、光电倍增管光电子数、径迹探测器击中数等。

2.3 与二项分布、高斯分布的关系

与二项分布的关系：

二项分布 $(B(n, p))$ 描述 n 次独立伯努利试验中成功 k 次的概率：

$$(P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k})$$

当 $(n \rightarrow \infty)$ ， $(p \rightarrow 0)$ ，且 $(np = \lambda)$ 保持不变时，二项分布收敛于泊松分布。

物理意义：粒子探测中，原子核总数 n 极大，单个核衰变概率 p 极小，因此用泊松分布描述更准确。

与高斯分布的关系：

当 $(\lambda \rightarrow \infty)$ 时，泊松分布收敛于高斯分布 $(N(\lambda, \lambda))$ ： $(\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{(k-\lambda)^2}{2\lambda}})$

适用条件： $(\lambda \geq 20)$ 时高斯近似精度较好， $(\lambda \geq 100)$ 时几乎完全一致。

实验应用：统计量较小时用泊松分布近似，高统计量可用高斯近似和(χ^2)方法。

2.4 母函数定义与性质

离散随机变量 X 的概率母函数： $(G_X(z) = E[z^X] = \sum_{k=0}^{\infty} P(X = k)z^k)$

核心性质如下：

唯一性：母函数与概率分布一一对应

可乘性：独立随机变量和的母函数等于各母函数的乘积

矩生成性： k 阶原点矩可由母函数在 $(z=1)$ 处的 k 阶导数得到

泊松分布的母函数：

$$(G_X(z) = e^{\lambda(z-1)})$$

2.5 可加性证明

已知： $(X \sim P(\lambda_1))$ ， $(Y \sim P(\lambda_2))$ ，且相互独立求证： $(Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2))$

证明过程如下：

X 和 Y 的母函数分别为： $(G_X(z) = e^{\lambda_1(z-1)})$ ， $(G_Y(z) = e^{\lambda_2(z-1)})$

由母函数可乘性： $Z=X+Y$ 的母函数为 $(G_Z(z) = G_X(z) \cdot G_Y(z) = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(z-1)})$

通过观察可以知道这是 $(\lambda_1 + \lambda_2)$ 的泊松分布的母函数

由母函数唯一性， $(Z \sim P(\lambda_1 + \lambda_2))$

原命题得证

2.6 母函数的应用

母函数常用于探测器计数统计分析。利用其可乘性，可快速推导多个独立探测单元、多级放大系统的总计数分布；也能借助导数求解计数的均值、方差等统计量。典型案例（粒子探测器）：

1. 光电倍增管电子倍增统计

光阴极发射光电子服从泊松分布，每级打拿极倍增也是独立随机过程。用母函数相乘，可直接得到多级倍增后输出电子数的整体分布，分析信号涨落。

2. 多探测器联合计数

多个独立探测器同时记录粒子，各自计数为泊松变量。依靠母函数可快速证明总计数仍为泊松分布，用于探测效率、本底噪声评估。

3. 信号叠加与噪声分析

探测器原始信号、电路噪声为不同随机变量，利用母函数合成总分布，评估系统信噪比与信号畸变。

物理意义：多个独立放射源或探测器的总计数仍服从泊松分布，参数为各参数之和。

3、从下面的链接中下载 `root` 文件，打开其中的 `r_strip (TH2D)`，选取 X 方向前 5 个 `bin`，将其投影到 Y 方向作为新的 `TH1D`，这是粒子经过 300 微米硅微条探测器收集到的信号，指出其服从什么分布并拟合，并以论文的标准作图。

分享文件：`result.root` 等[批量分享]

网盘链接：<https://pan.cstcloud.cn/s/vMvhmHm4TPI> 过期时间：2027-10-06

16:36:03

提示 1：投影操作选取前 5 个的代码为 `r_strip→projectionY("",5,0)`

提示 2：提示 1 也许不那么可靠

提示 3: 作图可以参考分享文件中 `style.h`, 在绘图程序中加入其头文件后

首先分析提示一的代码, 经过查阅得知 ROOT 官方文档中 `TH2::ProjectionY` 函数的完整定义是:

```
TH1D* TH2::ProjectionY(const char* name = "_py",
                        Int_t firstxbn = 1,
                        Int_t lastxbn = -1,
                        Option_t* option = "")
```

其中四个参数:

`name`: 生成的一维直方图的名称

`firstxbn`: 第一个要投影的 X 轴 bin 编号

`lastxbn`: 最后一个要投影的 X 轴 bin 编号

`option`: 投影选项 (通常不需要)

注意!

如果 `lastxbn = 0`: 表示投影到 X 轴的最后一个正常 bin

如果 `lastxbn = -1`: 表示投影所有 X 轴 bin

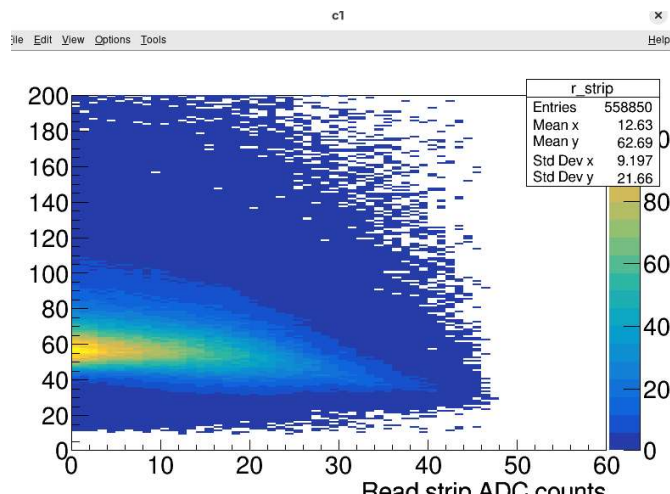
所以根据上面的规则, 这段代码的实际含义是:

投影 X 轴上从第 5 个 bin 开始, 到最后一个 bin 结束的所有数据

这与题目中给出的选 X 方向前 5 个 bin (即第 1 个到第 5 个 bin) 进行投影不符

修改后正确代码应为 `ProjectionY("", 1, 5)`

R_strip 二维直方图如下:



首先根据这份直方图和题目信息,其应该服从朗道分布, 理由简述如下:

1. $300\ \mu\text{m}$ 硅片属于典型的薄介质

2. 明显的不对称性: 信号主要集中在 40-80 ADC, 峰值在约 60 ADC

3. 高能尾巴: 信号一直延伸到 200 ADC, 这是朗道分布最标志性的特征

对 AI 提供的代码进行分析:

主要包含以下几个方面

1. 读取与验证

打开 `result.root` 文件，检查文件是否损坏
获取 `r_strip` 二维直方图，验证其存在性
输出直方图基本信息（总事例数、轴范围）

2. 投影

修正提示 1，使用 `ProjectionY("h_signal", 1, 5)`
将 X 轴前 5 个微条的信号投影到 Y 轴，
得到粒子能量损失的一维分布，设置坐标轴标签

3. 绘图样式

在绘图之前调用 `MyStyle()` 函数
应用文件里提供的所有论文标准样式

4. 朗道分布拟合模块

创建的朗道拟合函数
从直方图估计初始参数，有利于提高拟合稳定性
使用最小二乘法执行拟合，输出关键参数

5. 论文标准作图模块

绘制带误差棒的实验数据直方图
叠加拟合曲线
添加图例和拟合参数文本
同时保存为 PDF 和 PNG

6. 资源清理模块

关闭 ROOT 文件，释放文件句柄
手动删除所有动态创建的对象，避免内存泄漏

```
#include "TFile.h"
#include "TH2D.h"
#include "TH1D.h"
#include "TF1.h"
#include "TCanvas.h"
#include "TStyle.h"
#include "TLatex.h"
#include "TLegend.h"
#include "style.h"

void analysis() {
    // ===== 1. Data Reading =====
    TFile *file = TFile::Open("result.root");
    if (!file || !file->IsZombie()) {
        printf("Error: Cannot open result.root file\n");
        return;
    }

    TH2D *r_strip = (TH2D*)file->Get("r_strip");
    if (!r_strip) {
        printf("Error: r_strip histogram not found\n");
        file->Close();
        return;
    }

    // ===== 2. Projection (Exact same as before) =====
    TH1D *h_signal = r_strip->ProjectionY("h_signal", 1, 5);
    h_signal->GetXaxis()->SetTitle("Signal Amplitude (ADC)");
    h_signal->GetYaxis()->SetTitle("Counts");

    // ===== 3. Apply Style =====
    MyStyle();

    // ===== 4. Landau Fit (EXACT SAME SETTINGS) =====
    TF1 *f_landau = new TF1("f_landau", "landau", 0, 200);

    // Exact same initial parameter estimation
    int max_bin = h_signal->GetMaximumBin();
    double mpv_guess = h_signal->GetBinCenter(max_bin);
    double height_guess = h_signal->GetBinContent(max_bin);
    double sigma_guess = h_signal->GetRMS() / 3;

    f_landau->SetParameters(height_guess * 5, mpv_guess, sigma_guess);
    f_landau->SetLineColor(kRed);
    f_landau->SetLineWidth(2);

    // Exact same fit options: RQ
    h_signal->Fit(f_landau, "RQ");

    // ===== 5. Plotting (EXACT SAME DRAW OPTION: "E") =====
    TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "Silicon Strip Detector Signal", 800, 600);

    // 保持完全相同的"E"选项，只显示误差棒，不显示柱状图
    h_signal->Draw("E");
    f_landau->Draw("same");

    // Legend (English only)
    TLegend *leg = new TLegend(0.65, 0.7, 0.9, 0.85);
    leg->AddEntry(h_signal, "Experimental Data", "lep");
    leg->AddEntry(f_landau, "Landau Fit", "l");
    leg->Draw();

    // Fit parameters (English only)
    TLatex *tex = new TLatex();
    tex->SetDC();
    tex->SetTextSize(0.85);
    tex->DrawLatex(0.15, 0.8, Form("MPV = %.1f #pm %.1f ADC",
        f_landau->GetParameter(1), f_landau->GetParError(1)));
    tex->DrawLatex(0.15, 0.73, Form("#sigma = %.1f #pm %.1f ADC",
        f_landau->GetParameter(2), f_landau->GetParError(2)));
    tex->DrawLatex(0.15, 0.66, Form("#chi^2/NDF = %.2f",
        f_landau->GetChiSquare() / f_landau->GetNDF()));

    c1->SaveAs("silicon_strip_signal.pdf");
    c1->SaveAs("silicon_strip_signal.png");

    // ===== 6. Cleanup =====
    file->Close();
    delete file;
    delete f_landau;
    delete c1;
    delete leg;
    delete tex;
}
```

最终实验图表如下：

