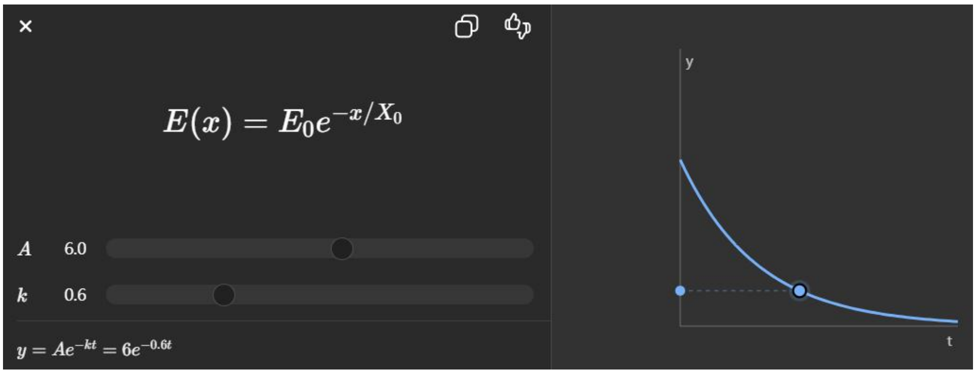
一.辐射长度 X0：描述高能电子在物质中因韧致辐射而损失能量的重要尺度

对于电子：E(x)=E0 e^{-x/X0}



含义：

①电子经过一个辐射长度后，平均能量衰减到原来的 1/e；

②对光子而言，9/7X0 大约是发生一次 e+e-转换的距离。

二. 核作用长度λ_I：强子(质子、π介子等)在介质中发生一次强相互作用的平均距离

①其衰减形式类似：$N(x) = N_0 e^{-x/\lambda_I}$，且一般 X0 主要与电磁相互作用有关，$\lambda\_I$ 主要与强相互作用有关。

②通常有 λ_I >> X0，因此电磁簇射通常比强子簇射更“紧凑”。

三.计算

☆能量衰减比较.

一、1mm 碳板. $X_0 \approx 19cm$.

$\frac{x}{X_0} \approx \frac{0.1}{19} \approx 0.005$

$\frac{E}{E_0} \approx e^{-0.005} \approx 0.995$

能量剩余 99.5%, 损失 0.5%

二. 1mm 铝板 $X_0 \approx 8.9cm$

$\frac{x}{X_0} \approx \frac{0.1}{8.9} \approx 0.011$

$\frac{E}{E_0} \approx e^{-0.011} \approx 0.989$

能量剩余 98.9%

三. 1mm 钨板 $X_0 \approx 0.35cm$.

$\frac{x}{X_0} \approx \frac{0.1}{0.35} \approx 0.286$

$\frac{E}{E_0} \approx e^{-0.286} \approx 0.75$

能量剩余 75%

☆多重散射角估计

$\theta_0 \approx \frac{13.6\,MeV}{pc}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$, 电子近似 $pc \approx E$

代入上面数据.

一、1mm 碳板.

电子能量	散射角
1 GeV	0.8 mrad
10	0.08
100	0.008

二. 1mm 铝板.

能量	散射角
1 GeV	1.2 mrad
10	0.12
100	0.012.

三. 1mm 钨板

1 GeV	7 mrad
10	0.7
100	0.07

四.厚薄介质比较

（1）薄介质：Landau 分布:

当粒子穿过很薄的介质时，碰撞次数不多，能量涨落很明显，且偶尔发生一次大能量转移（产生 δ 射线），因此能损分布明显不对称，有长尾巴，称为：朗道分布。

特点：① MPV 与平均值不同

② 分布右侧有长尾

（2）厚介质：近似高斯分布:

介质变厚时，粒子经历大量独立碰撞，能量损失是许多随机变量之和。根据中心极限定理，分布逐渐接近高斯分布。

特点：① 涨落相对较小　② 分布更对称

（3）原因分析:

薄介质碰撞次数少，单次大能量转移影响巨大，统计涨落很强。因此出现长尾 Landau 分布。

厚介质碰撞次数很多，单次碰撞影响被平均，中心极限定理起作用。因此趋向高斯分布。

五. 泊松过程与泊松分布

1. 泊松过程（Poisson Process）

这是一个描述“随机、独立事件在时间或空间上如何发生”的数学模型。它需要满足三个条件：

①平稳性：事件发生的概率只和时间区间的长度有关，和区间的起点无关。

②独立性：在不重叠的时间区间里，事件发生与否是互相独立的。

③稀有性：在极短的时间Δt内，最多只能发生一个事件（发生多次的概率几乎为 0）。

eg.探测器在固定环境下接收宇宙线粒子，就近似一个泊松过程。

2. 泊松分布（Poisson Distribution）

如果一个事件的发生遵循泊松过程，那么在单位时间（或空间）内，该事件恰好发生k次的概率，就服从泊松分布，公式为：

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

性质：

①均值与方差相等：它的数学期望 $E(X)=\lambda$，方差 $Var(X)=\lambda$。

②可加性

3. 与二项分布、高斯分布的关系

A. 泊松分布是二项分布的极限

B. 高斯分布是泊松分布在大均值下的近似

----均可通过公式证明

六.母函数

1.定义：对于一个取非负整数的随机变量X，设其概率分布为 $P(X=k)=pk$，则它的母函数定义为$G(z)=E(z^X)=\sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k$，其中 z是一个形式变量，E表示数学期望。

2.母函数的唯一性：一个概率分布唯一决定了它的母函数，反之亦然。利用母函数可以方便地求出分布的矩。若X和Y是两个相互独立的随机变量，则它们之和$S=X+Y$的母函数等于各自母函数的乘积，即$GS(z)=GX(z)\cdot GY(z)$。

下面证明两个独立泊松分布之和仍是泊松分布：

设 $X\sim P(\lambda_1)$，$Y\sim P(\lambda_2)$.

X与Y相互独立.

则 $G_X(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!}z^k=e^{\lambda_1(z-1)}$

$G_Y(z)=e^{\lambda_2(z-1)}$

∴ $Z=X+Y$的母函数 $G_Z(z)=G_X(z)\cdot G_Y(z)$

$=e^{(\lambda_1+\lambda_2)(z-1)}$

根据母函数唯一性，可以确定 $Z\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$

证毕.