一.

辐射长度：

对于电子，其轫致辐射能损可由下式给出

$$-\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 E \ln\frac{183}{Z^{1/3}}$$

轫致辐射能损正比于入射粒子的能量，反比于其质量平方，而电子是最轻的带电粒子，其轫致辐射能损较为显著，则可用其定义一新物理量 X_0 ，有

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{E}{X_0}$$

X_0 即为辐射长度，它表示的是一个高能电子通过轫致辐射能量损失到 1/e（此处 e 为自然对数常数）所经过的平均路程。有

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln\left(183/Z^{1/3}\right)}$$

核作用长度：

核作用长度λ_I可根据强子束强度在物质中的衰减定义

$$N = N_0 e^{-x/\lambda_I}$$

λ_I可通过强子截面的非弹性部分计算

$$\lambda_I = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{inelastic}}$$

1. 对碳：$X_0 = 42.7\,[g/cm^2]$ $\frac{X_0}{\rho} = 18.9\,[cm]$ $\frac{x}{X_0} = \frac{5}{X_0/\rho}$

$\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{x}{X_0}} = e^{-\frac{5}{X_0/\rho}} \approx 0.995$

多次散射角 θ_{plane} 在二维情况中近似有 $\theta_{plane} = \frac{13.6}{\beta c p}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$

当电子动能 $T > 100MeV$ 时可近似 $\beta c p = T$，则 $\theta_1 \approx 9.90\times10^{-4}$

$\theta_{10} = 9.90\times10^{-5}$ $\theta_{100} = 9.90\times10^{-6}$

对铝：$\frac{X_0}{\rho} = 8.9\,[cm]$ $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{5}{X_0/\rho}} \approx 0.989$

$\theta_1 \approx 1.44\times10^{-3}$ $\theta_{10} \approx 1.44\times10^{-4}$ $\theta_{100} \approx 1.44\times10^{-5}$

对铅：$\frac{X_0}{\rho} = 0.35\,[cm]$ $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{5}{X_0/\rho}} \approx 0.751$

$\theta_1 \approx 7.27\times10^{-3}$ $\theta_{10} = 7.27\times10^{-4}$ $\theta_{100} = 7.27\times10^{-5}$

当介质较薄时，能量损失分布接近朗道分布，当介质较厚时，朗道分布的高端尾部大为收缩，能损分布更接近于高斯分布。

入射粒子有可能使物质原子中的电子发生次级电离，被称为δ电子，发生次级电离的几率有：

$$P(>T) = \int_T^{\infty} \xi \frac{dT}{T^2} = \frac{\xi}{T}$$

该式与质量密度有关，则介质越厚发生次级电离几率越大。在薄介质中时，能量损失由几次大能损事件主导，涨落很大且不对称，接近于朗道分布；在厚介质中时，发生的大幅能损较多，且小幅能损也较多，综合趋近于对称分布，接近于高斯分布。

二.

泊松过程：泊松过程是一种连续时间，离散计数的随机过程，用来描述单位时间/空间内，独立随机事件发生的次数。

性质：独立增量：不同时间段内，事件发生次数相互独立。

平稳增量;时间长度相同，时间发生的概率分布一样。

稀有性：极短时间内最多只发生一次时间，几乎不可能同时发生两次。

泊松分布：设随机变量 r 的可取值为 r=1, 2, …,取值 r 的概率为

$$P(r;\mu) = \frac{1}{r!}\mu^r e^{-\mu}, \quad r = 0,1,2,\ldots,$$

其中μ>0 是常数，称 r 服从参数μ的泊松分布。

性质：1. 泊松分布均值与其方差相等，且等于参数μ，即

$$E(r) = V(r) = \mu.$$

2. 特征函数$\varphi(t) = e^{\mu(e^{it}-1)}$，当μ值较小时，泊松分布图形在均值右侧有较长的“尾巴”，随着μ值变大，图形趋于对称，当μ→∞时，泊松分布趋近于正态分布（高斯分布）。

3. 泊松定理：泊松分布是二项分布的一种极限情形，当 n→∞，np=μ保持为常数时，二项分布趋近于泊松分布。

应用：路口单位时间车流量，单位时间内到店顾客数等。

母函数：**性质**：1.G(1)=E(1)=1

4. |G(Z)|≤1
5. 设 Gy(Z)为随机变量 X 的概率母函数，a，b 为常数，则随机变量
6. Y=aX +b 的概率母函数

$$G_Y(Z) = Z^b G_{aX}(Z).$$

7. 4.设随机变量 Y 为相互独立的离散随机变量 X i=1, 2⋯之和，X,的概率母
8. 函数为 G(Z)，则 Y 的概率母函数 Gy(Z)可表示为

$$G_Y(Z) = \prod_i G_i(Z).$$

应用：利用母函数证明两个泊松分布的随机变量之和仍是泊松分布。

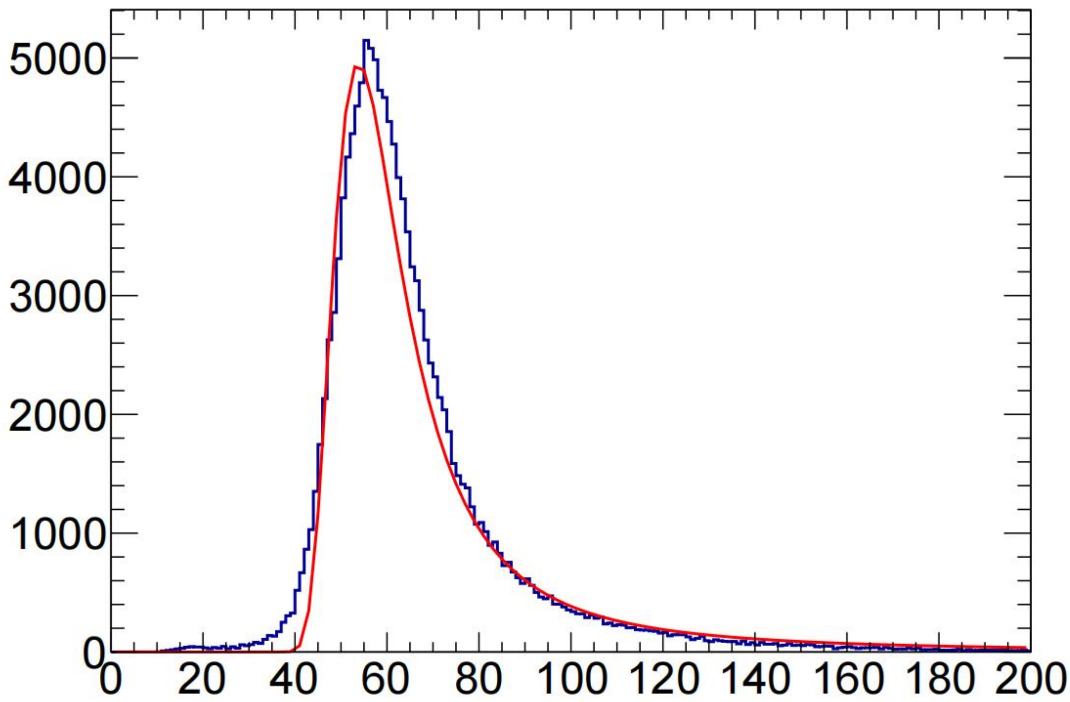
设一泊松分布母函数 $G_1(z)=e^{\mu_1(z-1)}$ 另一泊松分布母函数 $G_2(z)=e^{\mu_2(z-1)}$

由母函数性质4可知：若Y为上两随机变量之和，则 $G_Y(z)=G_1(z)\cdot G_2(z)=e^{(\mu_1+\mu_2)(z-1)}$

令 $\mu_1+\mu_2=\mu_Y$，则 $G_Y(z)=e^{\mu_Y(z-1)}$ 显然Y也为符合泊松分布的随机变量。

得证

三.



服从朗道（Landau）分布。