

第一题

1° 辐射长度 λ_0 : 表征物质引起辐射能量损失能力的一个重要物理量

$$\lambda_0 = \frac{716.4 A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \text{ (g/cm}^2\text{)}$$

核作用长度: $\lambda_I = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{核}} \text{ [cm]}$. 表征了原子核相互作用的特征长度, 反映非弹性

散射的贡献

2° 能量衰减公式 $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{x}{\lambda_0}}$ C: $\lambda_0 \approx 42.7$, $x = 0.1 \text{ cm}$ $\frac{E}{E_0} \approx 0.9977$

Al: $\lambda_0 = 24.0$, $x = 0.1$ $\frac{E}{E_0} \approx 0.9958$. W: $\lambda_0 \approx 6.8$, $\frac{E}{E_0} \approx 0.9853$

多重散射经验公式: $\theta^{rms} = \frac{13.6 z}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{\lambda_0}}$

由以上计算结果及公式有以下结论. 原子序数越高的物质 (W > Al > C), 辐射长度 λ_0 越短, 电子能量衰减越快; 对同一物质 (λ_0 相同), 入射电子能量越高, 多重散射角越小; 入射电子能量相同时, 物质原子序数越高 (λ_0 越小), 散射角越大.

3° 粒子在经过厚介质时, 电离能量损失服从高斯分布, 经过薄介质时服从朗道分布. 高斯分布: 即正态分布, 又称称, 均值明确, 涨落小.

朗道分布: 分布不对称, 峰值偏左, 能量大的区域有很长的尾巴.

原因: 薄介质中粒子与介质原子作用次数少 (即碰撞少), 电子对能量损失统计影响大 (随机事件较少, 统计偏差大). 厚介质中粒子间作用次数多, 随机偏差被平均, 故符合高斯分布.

(因为前两个问题涉及到比较多的公式计算, 所以我最终选择了用手写再拍照的形式)

第二问

1. 泊松过程: 若计数过程 $\{N(t)\}$ 满足: 1° 独立增量性 (不相交区间的事件发生数相互独立) 2° 平稳增量性 (区间内事件数只与区间长度有关, 与起点无关) 3° 稀有事件性 (短时间内发生两次以上事件的概率为高阶无穷小) 则称为泊松过程且 $N(t) \sim P(\lambda t)$

2. 泊松分布: 若随机变量 X 的概率分布为 $P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k=0, 1, 2, \dots$

则 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 记为 $X \sim P(\lambda)$ 其性质为:

期望 $E(X) = \lambda$, 方差 $D(X) = \lambda$. 可加性: 若 $X_1 \sim P(\lambda_1), X_2 \sim P(\lambda_2)$ 且独立.

则 $X_1 + X_2 \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$. 泊松分布应用场 (高能物理中的例子): 粒子探测计数, 放射性衰变.

与二项分布关系: n 很大, p 很小且 $np = \lambda$ 时, 二项分布 $B(n, p)$ 近似泊松分布 $P(\lambda)$. 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

与高斯分布关系: λ 很大时, 泊松分布 $P(\lambda)$ 近似于正态分布 $N(\lambda, \lambda)$ 即 $\frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$

3. 母函数: 对非负整数随机变量 X , 其概率母函数定义为

$$G_X(s) = E(s^X) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) s^k \quad \text{设 } A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n \quad C(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$$

其性质有: 基的线性 (加减), 可数乘, 进行微分, 还具有以下重要性质:

1° 卷积: 若 $G(x) = A(x) \cdot B(x)$, 则 $c_n = \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k}$

2° 移位: $x \cdot A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+1} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} x^n$

3° 求和: $\frac{A(x)}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} (\sum_{k=0}^n a_k) x^n$. (原数列前 n 项和构成的新数列, 母函数为 $\frac{A(x)}{1-x}$)

例: 泊松函数母函数: $G_X(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} s^k = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda s)^k}{k!} = e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda s} = e^{\lambda(s-1)}$

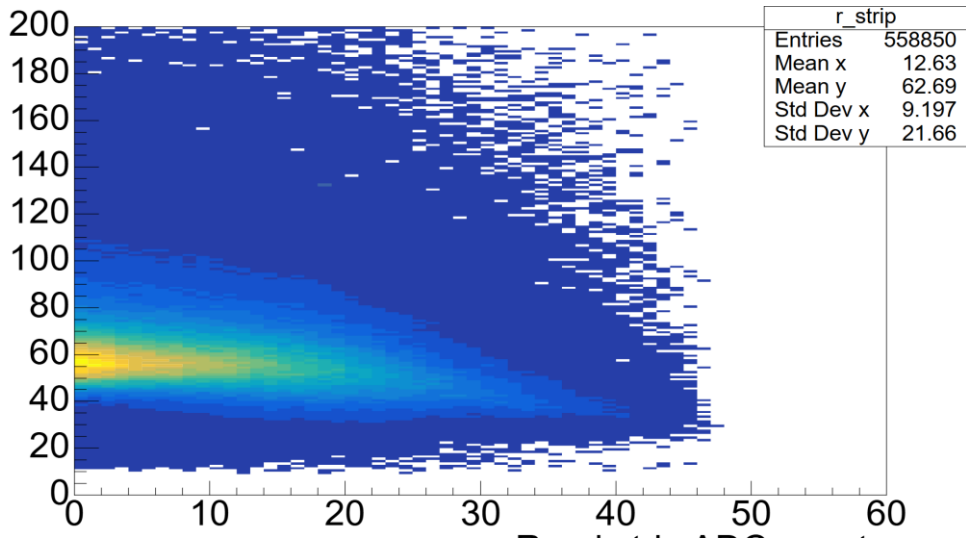
设 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立. 设 $Z = X + Y$.

则 $G_Z(x) = G_X(s) \cdot G_Y(s) = e^{\lambda_1(s-1)} e^{\lambda_2(s-1)} = e^{(\lambda_1 + \lambda_2)(s-1)}$ 是服从参数 $\lambda_1 + \lambda_2$

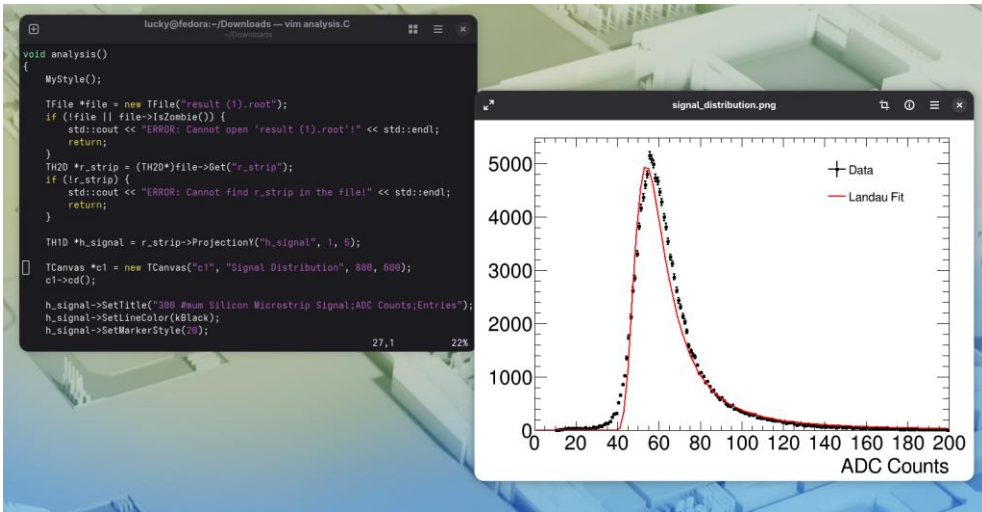
的泊松分布的母函数. $\therefore Z \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$. 得证.

第三问

1. 通过 VScode 下载 root 相关插件后打开找到的要求分布图，按分布特征来看应该是朗道分布（分布不对称）



2. 按要求让 AI 给出相应代码后，在 fedora 中创建文件并输入代码（此处遇到了 Windows 中下载的 root 文件无法拖拽共享到虚拟机中的问题，最终通过网络查找+AI 解决）



```
h_signal->SetLineColor(kBlack);
h_signal->SetMarkerStyle(20);
h_signal->SetMarkerSize(20);
h_signal->Draw("E1");

TF1 *landau = new TF1("landau", "landau",
    h_signal->GetXaxis()->GetXmin(),
    h_signal->GetXaxis()->GetXmax());
landau->SetLineColor(kRed);
landau->SetLineWidth(2);

double peak = h_signal->GetXaxis()->GetBinCenter(h_signal->GetMaximumBin());
landau->SetParameters(h_signal->GetMaximum(), peak, 10);

h_signal->Fit(landau, "R");

TLegend *leg = new TLegend(0.7, 0.75, 0.9, 0.9);
leg->AddEntry(h_signal, "Data", "lep");
leg->AddEntry(landau, "Landau Fit", "l");
leg->Draw();

c1->SaveAs("signal_distribution.pdf");
c1->SaveAs("signal_distribution.png");
```

3.最终输出结果及相关参数，由曲线来看确实是朗道分布（分布不对称，峰值偏左，高能区尾巴长）

