

第一题

辐射长度：高能电子在物质中通过轫致辐射损失能量，能量衰减到初始值的 $1/e$ 时所经过的物质厚度，也对应高能光子通过电子对产生衰减到 $7/9$ 初始值的厚度，描述电磁相互作用的特征长度。

核作用长度：强子与物质原子核发生非弹性核作用，强度衰减到初始值的 $1/e$ 时所经过的物质厚度，描述强相互作用的特征长度。

$X_0(C): 42.7 \text{ g/cm}^2, X_1 = 2.2 \times 0.1 = 0.22 \text{ g/cm}^2$
 $X_0(Al): 24.0 \text{ g/cm}^2, X_2 = 0.27 \text{ g/cm}^2$
 $X_0(W): 6.76 \text{ g/cm}^2, X_3 = 1.93 \text{ g/cm}^2$
 $E = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$
 (1) 则 C: $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{0.22}{42.7}} \approx 0.995$
 Al: $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{0.27}{24.0}} \approx 0.989$
 W: $\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{1.93}{6.76}} \approx 0.75$
 (2) $\theta_{rms} = \frac{13.6}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} (1 + 0.038 \ln \frac{x}{X_0})$ C: $\sqrt{\frac{x}{X_0}} \approx 0.0718$ Al: $\sqrt{\frac{x}{X_0}} \approx 0.106$
 $\beta \approx 1, \text{ CP 量纲 } c \times (\text{MeV}/c) = \text{MeV}$ W: $\sqrt{\frac{x}{X_0}} \approx 0.534$
 1 GeV: C: $\theta_{rms} = \frac{13.6}{1000} \times 0.0718 \times 0.8 \approx 7.8 \times 10^{-6} \text{ rad}$
 Al: $\theta_{rms} = \frac{13.6}{1000} \times 0.106 \times 0.83 \approx 1.2 \times 10^{-5} \text{ rad}$
 W: $\theta_{rms} = \frac{13.6}{1000} \times 0.534 \times 0.95 \approx 6.9 \times 10^{-5} \text{ rad}$
 10 GeV: C: $\theta_{rms} = \frac{13.6}{10000} \times 0.0718 \times 0.8 \approx 7.8 \times 10^{-7} \text{ rad}$
 Al: $\theta_{rms} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ rad}$
 W: $\theta_{rms} = 6.9 \times 10^{-6} \text{ rad}$
 100 GeV: C: $\theta_{rms} = 7.8 \times 10^{-8} \text{ rad}$
 Al: $\theta_{rms} = 1.2 \times 10^{-7} \text{ rad}$
 W: $\theta_{rms} = 6.9 \times 10^{-7} \text{ rad}$

1. 薄介质

粒子穿过厚度很小的介质时，电离能量损失服从朗道分布 (Landau Distribution)。

分布高度不对称，有极长的高能“拖尾”

最概然能量损失 (峰值位置) 远小于平均能量损失

单次碰撞的能量涨落极其显著，数据离散度大

2. 厚介质

粒子穿过厚度很大的介质时，电离能量损失趋近高斯 (正态) 分布。

分布对称、钟形

最概然损失 \approx 平均能量损失

单次碰撞的随机涨落被大幅抹平

1. 薄介质：碰撞次数少、极端涨落占主导

粒子穿过薄靶时，发生的电离碰撞总数极少。

绝大多数碰撞只传递极小能量，但极少数“大角度硬碰撞”会击出高能 δ 电子，带走异常

多的能量。

这种稀有、大额的能量转移，会直接拉高整体平均值，让分布严重向右偏斜，形成朗道长尾，中心极限定理还未生效。

2. 厚介质：大量独立事件、中心极限定理生效

粒子穿过厚靶时，会发生成千上万次独立的电离碰撞。

每一次碰撞的能量损失是独立随机变量，大量随机事件叠加时，根据中心极限定理，总能量损失的分布自动收敛为对称的高斯正态分布。

个别极端大能量碰撞带来的影响，被海量小碰撞平均抵消，涨落变小，分布集中、对称。

第二题

泊松过程

定义

泊松过程是一种连续时间、离散计数的随机过程，描述在固定时间/空间区间内，稀有、独立、平稳发生的随机事件（比如放射性衰变、粒子击中探测器、信号触发次数）。

满足三大性质

1. 平稳性：单位区间内事件平均发生率 λ 恒定，和位置/时间无关
2. 无后效性：不同区间的事件发生相互独立
3. 稀有性：极小区间内，发生 2 次及以上事件的概率趋近于 0

泊松分布

核心性质

1. 可加性：独立泊松变量之和，仍服从泊松分布
2. 离散、单峰、右偏； λ 越大，分布越对称

物理/粒子探测应用

放射性核衰变的计数统计

粒子探测器单位时间/面积的击中数

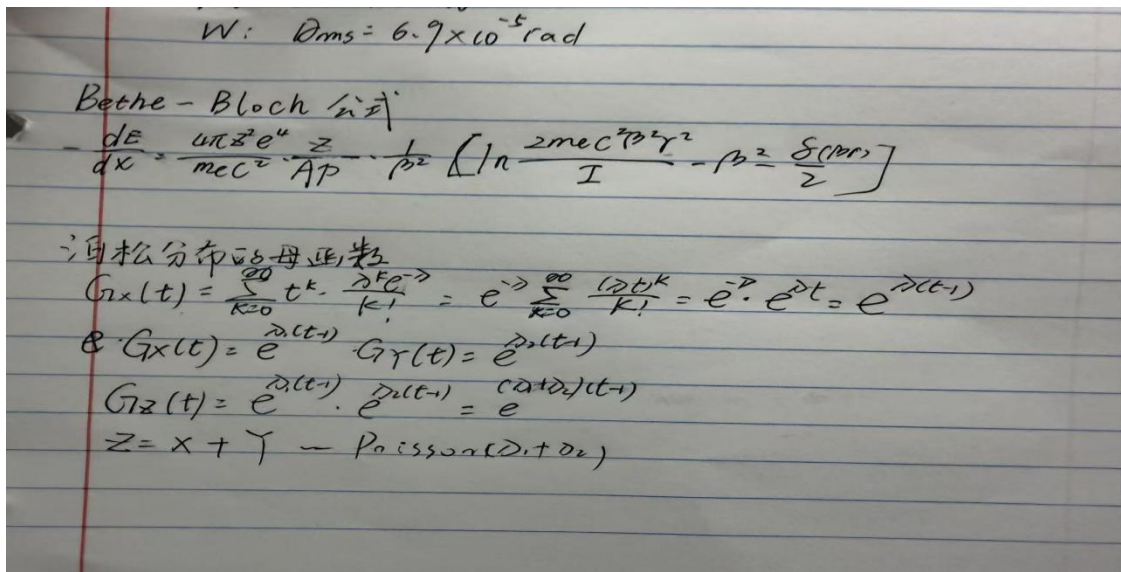
大量重复试验、单次成功率极低时，二项分布可用泊松分布近似。

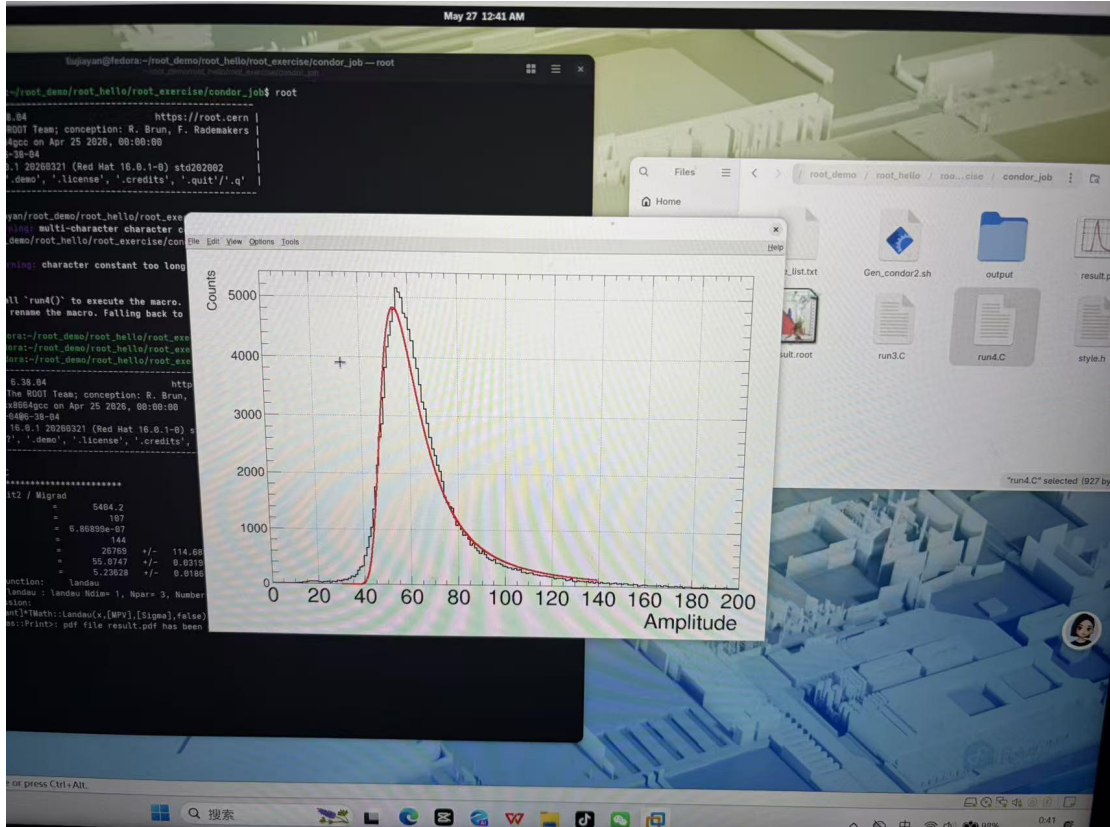
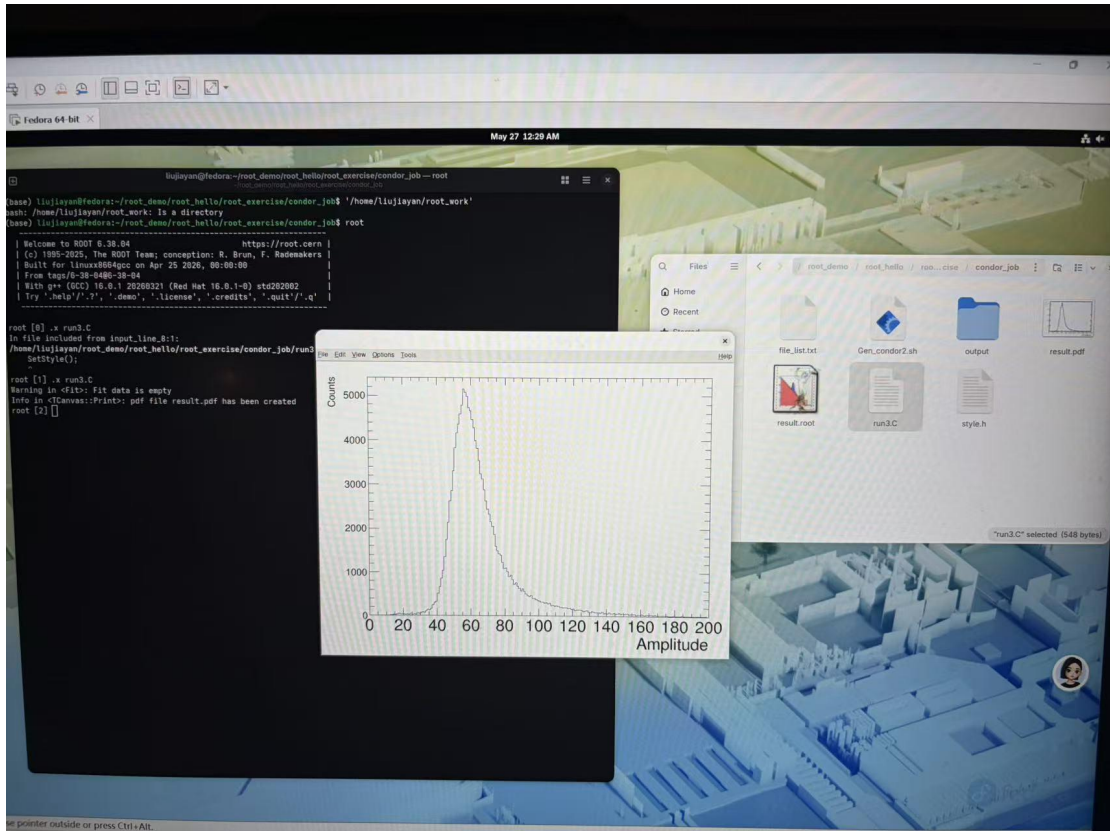
粒子探测、放射性衰变、计数事例常用此近似。

λ 较小时，泊松分布右偏、不对称；

λ 很大时，分布逐渐变得对称，趋近高斯钟形分布。

计数统计中计数数目很大时，直接用态分布计算更简便





服从于 Landau 分布，峰形尖锐窄缝，尾部左侧快速下降，右侧拖尾