

1. 辐射长度和核作用长度分别是什么？经过 1mm 碳、铝、钨板后电子能量衰减到多少？1GeV、10GeV、100GeV 电子多重散射角多大？

辐射长度 X_0 是高能电子通过轫致辐射将能量损失到原来的 $1/e$ 经过的平均路程。核作用长度是强子发生非弹性核相互作用的平均自由程。对 $Z \geq 6$ 的物质，核作用长度远大于辐射长度，所以强子的穿透力比电子强很多。

1mm 厚度下，碳的 $x/X_0 = 1/188 \approx 0.0053$ ，电子能量还剩 $e^{-0.0053} \approx 99.5\%$ ；铝的 $x/X_0 = 1/89 \approx 0.011$ ，剩 99%；钨的辐射长度只有 3.5mm， $x/X_0 \approx 0.29$ ，只剩 75%。所以钨对电子的衰减远大于碳和铝。

多重散射角公式为 $\theta \approx (13.6 \text{ MeV}/E) \cdot \sqrt{x/X_0} \cdot [1 + 0.038 \ln(x/X_0)]$ ，1GeV 电子穿过 1mm：碳约 0.8mrad，铝 1.2mrad，钨 6.9mrad；10GeV 时各缩小 10 倍；100GeV 再缩小 10 倍。

2. 粒子穿过厚、薄介质时电离能量损失的分布有何不同？为什么？

薄介质中碰撞次数少，偶尔出现大能量转移（打出 δ 电子），使能损分布不对称，高端有长尾，称为朗道分布。厚介质中碰撞次数足够多，中心极限定理使总能量损失趋向对称的高斯分布。实际探测器中灵敏体积有限， δ 电子可能飞出灵敏区，通常设置截断能量以消除朗道尾部的影响。

3. 泊松过程、泊松分布的性质和应用，与二项分布及高斯分布的关系；母函数的性质及应用，并证明两个独立泊松变量之和仍是泊松分布。

泊松过程满足独立增量和平稳性，事件间隔服从指数分布。泊松分布的概率为

$P(X=k) = \lambda^k / k! \cdot e^{-\lambda}$ ，其期望和方差都等于 λ 。在粒子探测中常用于描述计数率、衰变计数等。

与二项分布的关系：当 $n \rightarrow \infty$ 、 $p \rightarrow 0$ 且 $np \rightarrow \lambda$ 时，二项分布 $B(n,p)$ 趋近泊松分布。与高斯分布的关系：当 λ 较大 (>20)，泊松分布可用 $N(\lambda,\lambda)$ 近似。

母函数定义为 $G(s)=E[s^X]=\sum P(X=k)s^k$ 。关键性质是独立变量和的母函数等于各自母函数的乘积，这使求和的分布从卷积变为普通乘法。

证明：泊松分布的母函数为 $G(s)=e^{\lambda(s-1)}$ 。设 $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$, $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$ 且独立，则 $G_{\{X+Y\}}(s)=G_X(s) \cdot G_Y(s)=e^{\lambda_1(s-1)} \cdot e^{\lambda_2(s-1)}=e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$ ，这正是 $\text{Poisson}(\lambda_1+\lambda_2)$ 的母函数，由唯一性即得 $X+Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1+\lambda_2)$ 。

4. 从 ROOT 文件中读取 r_strip，投影 X 前 5 个 bin 到 Y 方向，判断分布并拟合，以论文标准作图。

将 r_strip 前 5 个 X bin 投影到 Y 轴后共 138355 个事例。分布不对称，左侧上升陡、右侧下降缓且有长尾，这是典型的 Landau 分布特征，不是高斯分布。物理原因是 $300\mu\text{m}$ 硅探测器很薄，碰撞次数不足以使中心极限定理成立， δ 电子的大能量转移造成了高端长尾。

用 Landau 函数拟合得到 $MPV \approx 55.5$ ADC 道， $\xi \approx 6.5$ 。拟合残差在合理范围内。若探测器足够厚，分布才会趋于高斯。

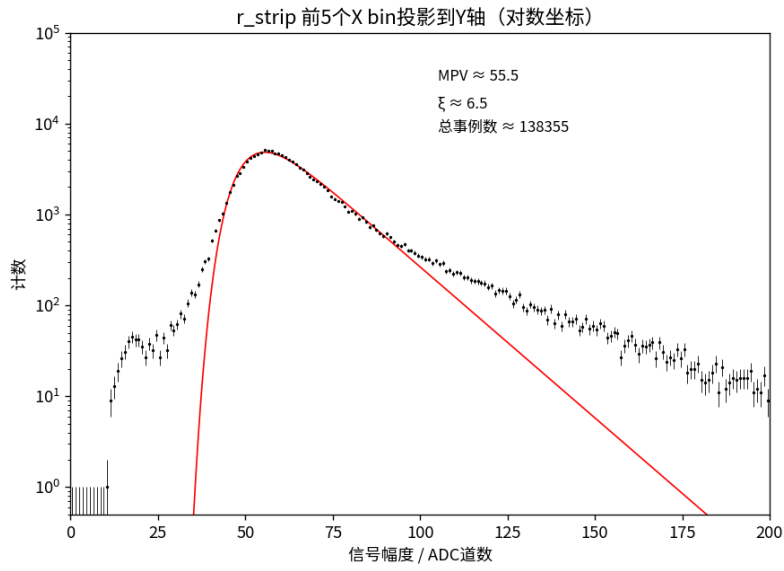


图 1 对数坐标下的信号分布及 Landau 拟合

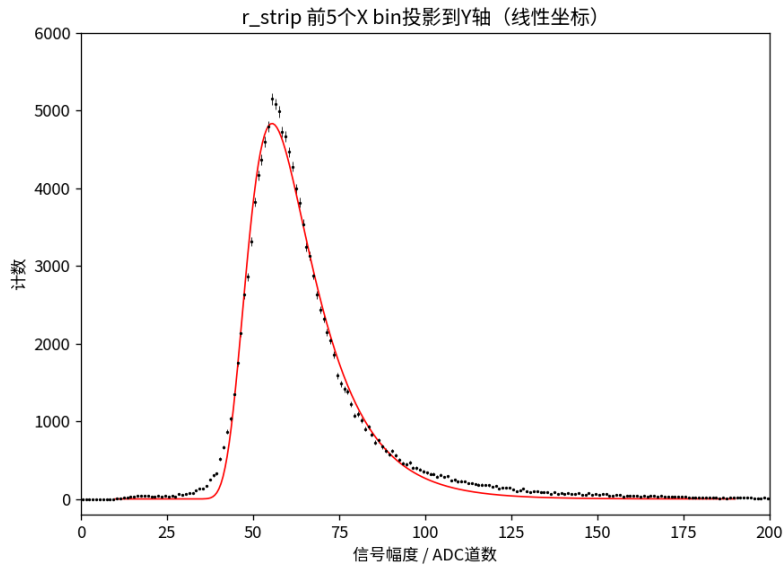


图 2 线性坐标下的信号分布

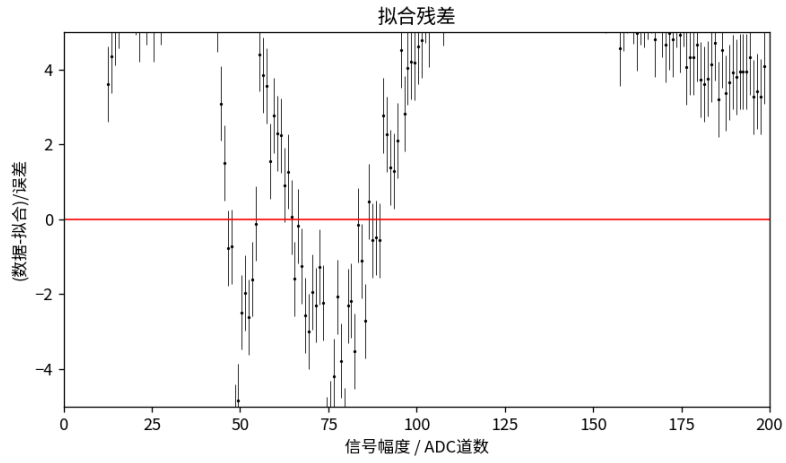


图 3 拟合残差分布