一、1. (1)辐射长度：它表示一个高能电子通过韧致辐射能量损失到 1/e 所经过的平均路程。

(2)核作用长度：强子束强度随通过物质的长度而呈指数衰减，当强度衰减到初始强度的 1/e 时所穿过的长度，称为核作用长度。

(3)对于高能电子(能量量级为 GeV)，总能损近似等于韧致辐射能损。

能量损失情况：$(x=0.1cm)$

①石炭：$X_0=18.9(cm)$

由 $E=E_0e^{-\frac{x}{X_0}}$ 得 $\Delta E=\frac{E}{E_0}\times100\%=e^{-\frac{0.1}{18.9}}\times100\%\approx99.5\%$

即能量衰减到原来的 99.5%

②铝：$X_0=8.9(cm)$

$\Delta E=\frac{E}{E_0}\times100\%=e^{-\frac{0.1}{8.9}}\times100\%\approx98.9\%$

即能量衰减到原来的 98.9%

③钨：$X_0=0.35(cm)$

$\Delta E=\frac{E}{E_0}\times100\%=e^{-\frac{0.1}{0.35}}\times100\%\approx75.1\%$

即能量衰减到原来的 75.1%

多重散射角：对于高能电子 $\beta cp\approx E$，可以用简化公式：$\theta_{rms}\approx\frac{13.6}{E}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$

①石炭：$X_0=18.9(cm)$

对于 $E=1GeV$：$\theta_{rms1}=\frac{13.6}{1000}\times\sqrt{\frac{0.1}{18.9}}\ rad\approx9.9\times10^{-4}rad=0.99mrad$

对于 $E=10GeV$：$\theta_{rms2}=\frac{1}{10}\theta_{rms1}=0.099mrad\approx0.1mrad$

对于 $E=100GeV$：$\theta_{rms3}=\frac{1}{10}\theta_{rms2}=0.01mrad$

②铝：$X_0=8.9(cm)$

对于 $E=1GeV$：$\theta_{rms1}=\frac{13.6}{1000}\times\sqrt{\frac{0.1}{8.9}}\ rad\approx1.44\times10^{-3}rad=1.44mrad$

$E=10GeV$：$\theta_{rms2}=\frac{1}{10}\theta_{rms1}\approx0.14mrad$

$E=100GeV$：$\theta_{rms3}=\frac{1}{10}\theta_{rms2}=0.014mrad$

③钨：$X_0=0.35(cm)$

$E=1GeV$：$\theta_{rms1}=\frac{13.6}{1000}\times\sqrt{\frac{0.1}{0.35}}\ rad\approx7.27mrad$

$E=10GeV$：$\theta_{rms2}=\frac{1}{10}\theta_{rms1}=0.73mrad$

$E=100GeV$：$\theta_{rms3}=\frac{1}{10}\theta_{rms2}=0.07mrad$

2. (1)当粒子穿过薄的介质时，它与原子的相互作用次数少，能量损失的统计涨落很大电离能量损失呈不对称的朗道分布。

(2)当粒子穿过厚的介质时，它会与介质中的原子发生大量的相互作用，每次相互作

用都是一个独立事件，由大数定律可得，作用总和会趋于一个稳定的平均值，整体的分布遵循高斯分布。

二、1.泊松过程：在一个固定的时间或空间内，一个事件发生的次数服从泊松分布。

(1)性质：①等待相邻两个事件的间隔时间服从指数分布；

②任意时段计数段服从泊松分布；

③多个独立泊松过程叠加，仍为泊松过程，强度为各过程强度之和。

(2)应用：放射性粒子连续探测、设备连续故障检测、通信信号到达等。

2.泊松分布： 如果离散型随机变量 X 可取一切非负整数值，且有

$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \quad (k=0,1,2,\ldots)$ 则称 X 服从参数为 λ 的泊松分布，其中 $\lambda>0$，记为，$X\sim\pi(\lambda)$。

(1)性质：①泊松分布的方差与数学期望均为λ。

②两个独立且服从泊松分布的随机变量，其和仍然服从泊松分布。

③泊松分布是一种描述和分析稀有事件的概率分布。要观察到这类事件，样本含量必须很大。

(2)应用：网站点击量、DNA 序列的变异数、带电粒子的鉴别等。

3.关系：①二项式分布与泊松分布：当 $p<<1$ 且 $N_0>>N$ 时，二项式分布可近似为泊松分布。

②泊松分布或二项式分布与高斯分布：当 N 平均>>1 时，泊松分布或二项式分布可近似表示成高斯分布。

4.母函数：若 X 为离散随机变量，其特征函数为 $\varphi_X(t)=\sum_k p(x_k)e^{itx_k}=E(e^{itX})$, 现令 $Z=e^{it}$

则可改写为 $G(Z)\equiv E(Z^X)=\sum_k p(x_k)Z^{x_k}$, 这样定义的函数 G(Z)称为离散随机变量的概率母函数。

(1)性质：①一个离散分布对应唯一的母函数。

②所有概率和为 1。

③独立变量和的母函数等于各自母函数之积。

④线性变换性质，设 Y=aX+b,则 $G_Y(Z)=Z^bG_{aX}(Z)$.

(2) 应用：①计算期望、方差等。

②处理复合分布。

③证明独立随机变量和的分布。

5. 证明：

LANZHOU UNIVERSITY

证明: $G_{X_1}(s)=\sum_{k=0}^{\infty}s^k\cdot\frac{\lambda_1^k}{k!}e^{-\lambda_1}=e^{-\lambda_1}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 s)^k}{k!}$

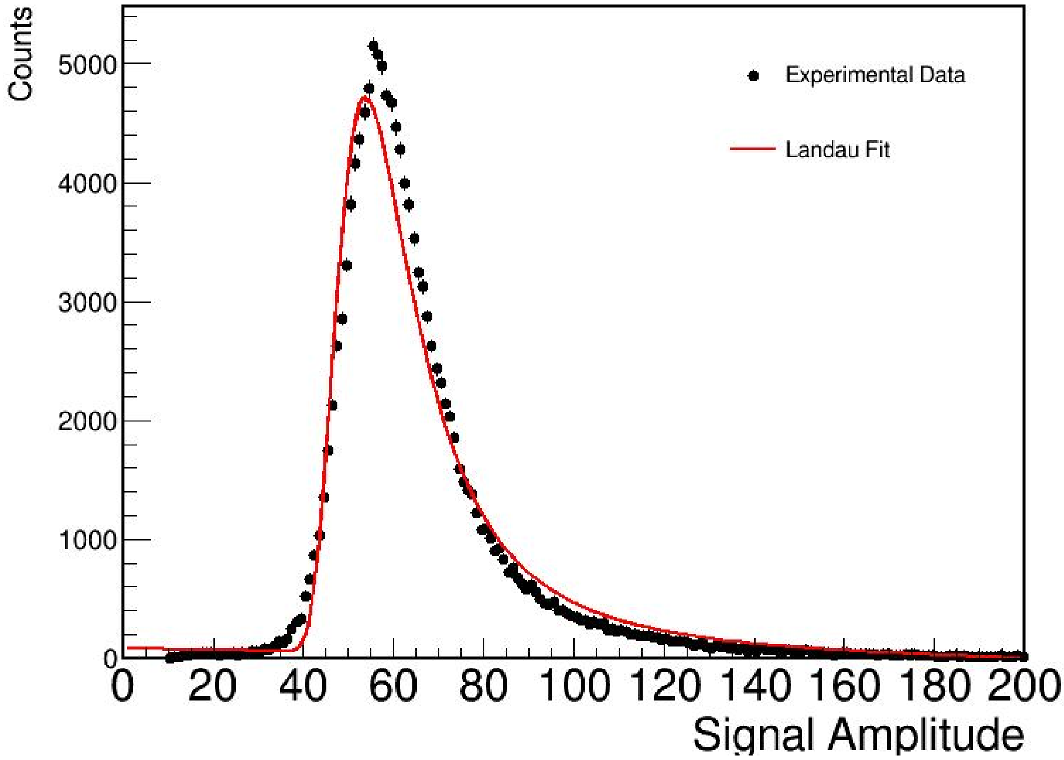
又 $e^{\lambda_1 s}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 s)^k}{k!}$，代入得，$G_{X_1}(s)=e^{-\lambda_1}\cdot e^{\lambda_1 s}=e^{\lambda_1(s-1)}$

同理得 $G_{X_2}(s)=e^{\lambda_2(s-1)}$

则 $G_X(s)=G_{X_1}(s)\cdot G_{X_2}(s)=e^{\lambda_1(s-1)}\cdot e^{\lambda_2(s-1)}$
$=e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$

所以 $X=X_1+X_2\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$

三、



该数据分布不对称，右边呈现“长尾”分布，属于朗道分布。