1、阅读粒子探测技术1、2两章的内容，并回答下面的问题
- 辐射长度和核作用长度分别是什么，简单比较经过1毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减到原来的多少，对于1 GeV、10 GeV 、100 GeV 的电子，经过这些这些物质时，多重散射角分别为多大？(不需要非常精确的结果)
- 简单介绍粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布有何不同，为什么？

1) ① 辐射长度(X_0)：高能电子在介质中通过轫致辐射损失能量的特征尺度。电子穿过厚度为 X 的物质后，其能量平均衰减为原来的 $e^{-\frac{x}{X_0}}$ 它也决定了电磁级联簇射的纵向发展尺度。对应电磁相互作用
② 核作用长度(λ_I)：强子(质子、π介子等)在介质中发生非弹性核相互作用的平均自由程。强子穿过厚度为 λ_I 的物质后，未发生核作用的概率降为 $\frac{1}{e}$. 对应强相互作用
在同一材料中通常 $X_0 \ll \lambda_I$.

2) $\frac{E}{E_0} = \exp(-\frac{x}{X_0})$

$x = 1mm$ 时，

对于碳 $X_0 = 18.8cm$ 代入 $\frac{E}{E_0} = 0.995$

铝：$X_0 = 8.9cm$ $\frac{E}{E_0} = 0.989$

钨：$X_0 = 0.35cm$ $\frac{E}{E_0} = 0.751$

3) $\theta^{rms}_{plane} = \frac{13.6}{\beta cp}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$

对于电子，$\beta = 1$，$c = 1$，取 $x = 1mm$ 时，将动量 p 单位换算为MeV/c 分别为 1000，10000，100000.，分别代入各组数据，换算为角度

	1 GeV	10 GeV	100 GeV
碳	0.0568°	0.00568°	0.000568°
铝	0.0825°	0.00825°	0.000825°
钨	0.417°	0.00417°	0.000417°

4) ① 粒子穿过厚介质时，电离能量损失呈高斯分布
原因：厚介质中，碰撞次数非常多。根据中心极限定理，大量独立随机变量每次能量损失之和趋于高斯分布。平均能量损失远大于单次最大能量转移，涨落相对较小，分布对称
② 粒子穿过薄介质时，电离能量损失呈朗道分布，具有不对称的"长尾"，向高能损失方向延伸
原因：薄介质中，入射粒子与物质发生少数几次碰撞，每次碰撞可能传递的能量涨落很大。少数电子可能获得远大于平均值的能量，导致分布出现长尾，中心极限定理不能适用。

2、泊松过程、泊松分布的性质和应用以及和二项分布、高斯分布的关系；母函数的性质及应用，例：利用母函数证明两个泊松分布的随机变量的和仍是泊松分布

1)
泊松分布的性质：①均值与方差相等：$E(X)=\lambda$ $Var(X)=\lambda$

②可加性：两独立的泊松随机变量之和仍服从泊松分布，参数相加

③λ较小时分布明显右偏，λ增大时逐渐对称

泊松过程的性质：①独立增量：不相交时间区间内发生的事件数相互独立

②平稳增量：在任意长度为t的时间区间内，事件数服从 Poisson (λt).

③足够小的时间内最多发生一次事件

④事件之间的等待时间服从指数分布

应用①电话交换机单位时间内接到的呼叫数

②某路口单位时间经过的车辆数

③放射性衰变单位时间内放出的粒子数

④一本书中每页的印刷错误数

与二项分布的关系：

$B(n,p)$描述n次独立试验中成功次数。当n很大，p很小，且$np=\lambda$为常数时，二项分布近似泊松分布

$$C_n^k p^k(1-p)^{n-k} \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

固定平均成功次数，试验次数越多，每次成功概率越小，事件罕见但次数多，就变成泊松分布

与高斯分布的关系：

当λ很大时，泊松分布近似高斯分布 $N(\lambda,\lambda)$

$$\frac{X-\lambda}{\lambda} \approx \text{高斯分布}$$

泊松分布是多个独立伯努利变量的和（当n很大时），由中心极限定理趋于正态。但高斯分布是连续的，泊松是离散的，近似时通常需要连续性校正.

2) 母函数的性质：①归一性 $G_X(1)=1$

② $E(X)=G'_X(1)$ $Var(X)=G''_X(1)+G'_X(1)-[G'_X(1)]^2$

③若X与Y独立，则 $G_{X+Y}(s)=G_X(s)G_Y(s)$

$E[s^{X+Y}]=E[s^X]E[s^Y]$

④不同的分布对应不同的母函数

3) 应用举例：泊松…

设 $X\sim Poisson(\lambda_1)$，$Y\sim Poisson(\lambda_2)$ 且独立.

$G_X(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!} s^k = e^{-\lambda_1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 s)^k}{k!} = e^{-\lambda_1} e^{\lambda_1 s} = e^{\lambda_1(s-1)}$

同理 $G_Y(s) = e^{\lambda_2(s-1)}$

$G_{X+Y}(s) = G_X(s) + G_Y(s) = e^{\lambda_1(s-1)} \cdot e^{\lambda_2(s-1)} = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$

而 $e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$ 是 Poisson $(\lambda_1+\lambda_2)$ 的母函数。根据唯一性，

$X+Y \sim$ Poisson $(\lambda_1+\lambda_2)$ 证毕

3、从下面的链接中下载root文件，打开其中的r_strip（TH2D），选取X方向前5个bin，将其投影到Y方向作为新的TH1D，这是粒子经过300微米硅微条探测器收集到的信号，指出其服从什么分布并拟合，并以论文的标准作图。

分享文件：result.root等[批量分享]

云盘链接：https://pan.cstcloud.cn/s/vMvhmHm4TPI 过期时间：2027-10-06 16:36:03

提示1：投影操作选取前5个的代码为r_strip→projectionY("",5,0)

提示2：提示1也许不那么可靠

提示3：作图可以参考分享文件中style.h，在绘图程序中加入其头文件后

服从高斯分布