

一、辐射长度和核作用长度分别是什么，简单比较经过 1 毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减到原来的多少，对于 1 GeV、10 GeV、100 GeV 的电子，经过这些物质时，多重散射角分别为多大？（不需要非常精确的结果）- 简单介绍粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布有何不同，为什么？

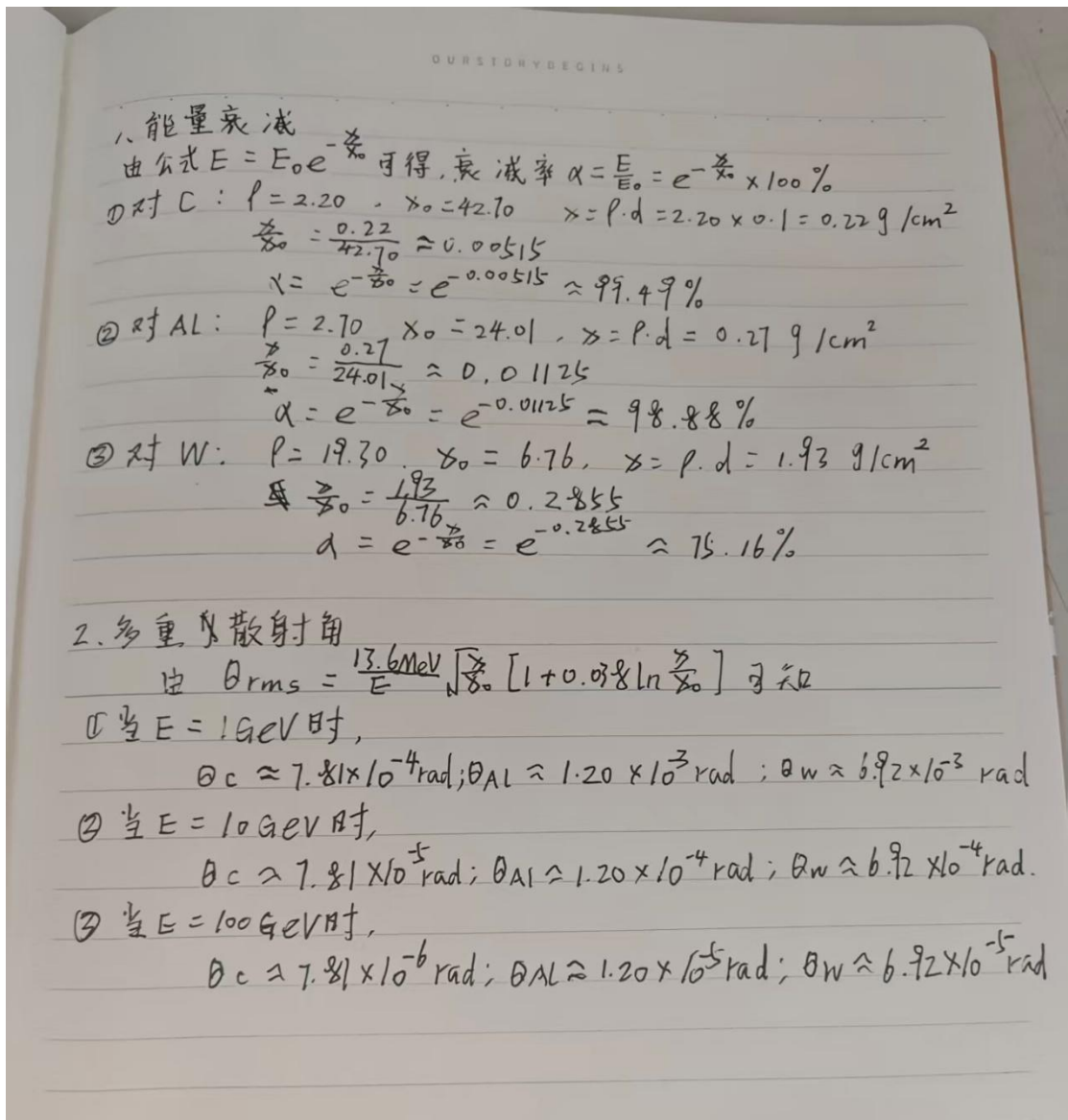
### 1. 辐射长度

高能电子在物质中发生轫致辐射、光子发生正负电子对产生，使粒子能量/强度衰减至原来  $1/e$  所需的物质厚度，用来表征电磁相互作用强弱。2. 核作用长度 高能强子在物质中发生非弹性核强相互作用，粒子通量衰减至初始  $1/e$  的物质厚度，描述 强相互作用衰减特征。

### 2. 核作用长度

高能强子在物质中发生非弹性核强相互作用，粒子通量衰减至初始  $1/e$  的物质厚度，描述 强相互作用衰减特征。

### 3. 能量衰减与散射角



#### 4. 厚 / 薄介质的电离能量损失分布差异

(1) 薄介质 (如硅微条探测器): 粒子穿过的介质厚度远小于其平均自由程  
 单次碰撞能量损失的涨落显著, 分布呈现朗道分布特征:  
 有一个明显的高峰 (最概然值), 但长拖尾延伸向高能量损失方向;  
 大部分粒子的能量损失低于平均损失, 少数粒子因大角度碰撞损失大量能量, 形成拖尾。

(2) 厚介质 (如厚吸收体): 粒子穿过的介质足够厚, 大量碰撞的涨落相互抵消, 分布趋近于高斯分布:

分布对称, 峰值在平均能量损失处;

单次大碰撞的影响被多次小碰撞平均, 涨落被显著抑制。

原因: 电离能量损失的涨落源于单次碰撞的随机性。薄介质中碰撞次数少, 涨落无法被平均, 表现为朗道分布; 厚介质中碰撞次数足够多, 中心极限定理生效, 分布趋近高斯。

## 二、泊松过程、泊松分布的性质和应用以及和二项

# 分布、高斯分布的关系；母函数的性质及应用，例： 利用母函数证明两个泊松分布的随机变量的和仍是泊松分布

## 1. 泊松过程、泊松分布的性质与关系

(1) 泊松过程：描述单位时间 / 空间内随机事件发生的次数，满足三个条件：

1. 平稳性：事件发生的概率与时间起点无关；
2. 无后效性：未来事件的发生与过去独立；
3. 稀有性：同一时刻发生两次及以上事件的概率可忽略。

其计数分布即为泊松分布。

### (2) 泊松分布的核心性质：

均值与方差相等： $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ ；

可加性：若  $X_1 \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ 、 $X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$  独立，则  $X_1 + X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$ ；

极限性质：当  $\lambda \rightarrow \infty$  时，泊松分布趋近于均值为  $\lambda$ 、方差为  $\lambda$  的高斯分布。

### (3) 与其他分布的关系：

二项分布：当试验次数  $n \rightarrow \infty$  且成功概率  $p$  很小，同时  $np = \lambda$  为常数时，二项分布  $B(n, p)$  趋近于泊松分布  $P(\lambda)$ ；

高斯分布：当二项分布的  $np$  和  $n(1-p)$  均很大时，它趋近于高斯分布；同样，当泊松分布的参数  $\lambda$  很大时，也趋近于高斯分布。

## 2. 利用母函数证明泊松分布的可加性

设随机变量  $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ ，其概率母函数为  $G_X(t) = E(t^X)$ 。

$$\begin{aligned} G_X(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} t^k \cdot P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} t^k \cdot \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \\ &= e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda t} \\ &= e^{\lambda(t-1)} \end{aligned}$$

考虑  $X_1 \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ ， $X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$

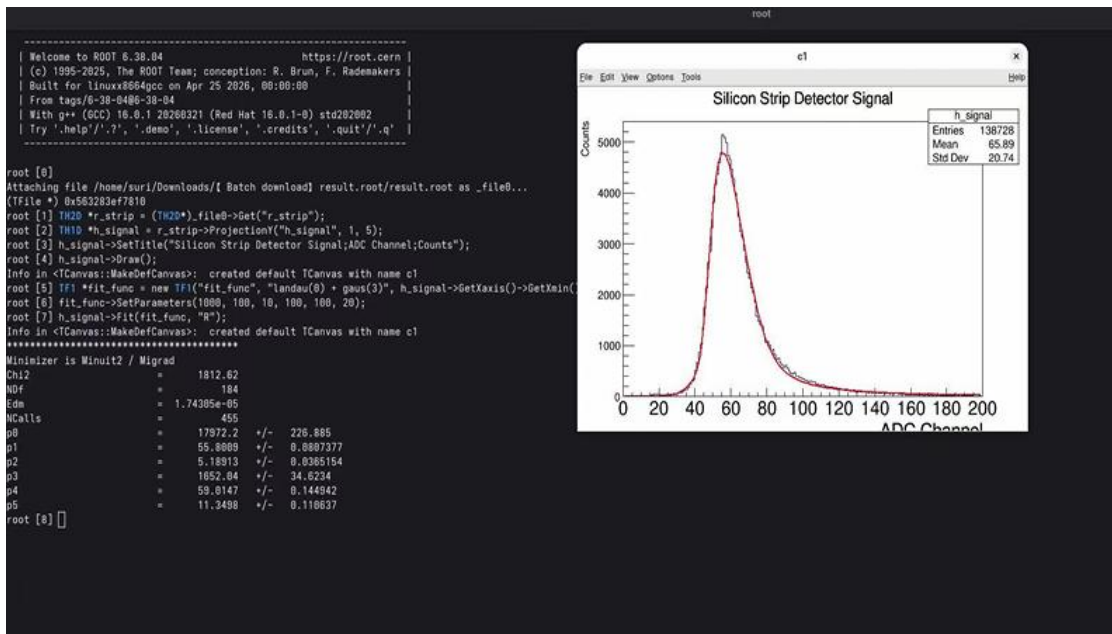
则： $X = X_1 + X_2$  的母函数  $G_X(t) = G_{X_1}(t) \cdot G_{X_2}(t)$

$$\begin{aligned} &= e^{\lambda_1(t-1)} \cdot e^{\lambda_2(t-1)} \\ &= e^{(\lambda_1 + \lambda_2)(t-1)} \end{aligned}$$

该形式与参数为  $\lambda_1 + \lambda_2$  的泊松分布母函数完全一致，

$\therefore X_1 + X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$

三、从下面的链接中下载 root 文件，打开其中的 r\_strip (TH2D)，选取 X 方向前 5 个 bin，将其投影到 Y 方向作为新的 TH1D，这是粒子经过 300 微米硅微条探测器收集到的信号，指出其服从什么分布并拟合，并以论文的标准作图



该硅微条探测器信号服从朗道分布，呈现出峰形尖锐、左侧快速下降、右侧拖尾的典型不对称特征。