

1.

①辐射长度：表示一个高能电子通过轫致辐射能量损失到原始能量的 $1/e$ 时在介质中所经过的平均路程。

②核作用长度：强子（如 π , K , p , n ）在介质中发生强相互作用（非弹性散射或反应）的平均自由程。

③

③ 经过 1mm 铅、铝、钨板后电子能量衰减

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{E}{X_0}$$

能量衰减比例 $\approx e^{-\frac{t}{X_0}}$ t 为材料厚度 $t = 1\text{mm} = 0.1\text{cm}$

材料	$X_0(\text{cm}) = \frac{X_0(\text{g/cm}^2)}{\rho(\text{g/cm}^3)}$	$\frac{t}{X_0}$	$e^{-\frac{t}{X_0}}$
石墨	18.9	$\frac{0.1}{18.9} \approx 0.0053\%$	$e^{-0.0053} \approx 99.5\%$
铝	8.9	0.0112%	98.9%
钨	0.53	0.1887%	82.8%

④ 多重散射角

$$\theta = \frac{13.6}{\beta c p} \sqrt{\frac{X}{X_0}} \left(1 + 0.038 \ln \frac{X}{X_0} \right)$$

简化： $\theta = \frac{13.6}{\beta c p} \sqrt{\frac{X}{X_0}}$ 对电子 $\beta \approx 1$, $p \approx E$ (GeV)

$E = 1 \text{ GeV}$

- 石墨 $\theta_1 \approx 0.0136 \times \sqrt{0.0053} \approx 0.001 \text{ rad}$
- 铝 $\theta_2 \approx 0.0136 \times \sqrt{0.0112} \approx 0.0014 \text{ rad}$
- 钨 $\theta_3 \approx 0.0136 \times \sqrt{0.1887} \approx 0.0059 \text{ rad}$

$E = 10 \text{ GeV}$

- 石墨 $\theta'_1 \approx 0.0001 \text{ rad}$
- 铝 $\theta'_2 \approx 0.00014 \text{ rad}$
- 钨 $\theta'_3 \approx 0.00059 \text{ rad}$

$E = 100 \text{ GeV}$

- 石墨 $\theta''_1 \approx 0.00001 \text{ rad}$
- 铝 $\theta''_2 \approx 0.000014 \text{ rad}$
- 钨 $\theta''_3 \approx 0.000059 \text{ rad}$

⑤ 粒子穿过厚介质时, 电荷能量损失分布的区别及原因

薄介质 { 损失主要来自单次/少数几次碰撞, 能量损失分布非对称, 有长尾 (Landau 或 Vavilov 分布)
因为存在大能量转移事件 (电子), 概率小但贡献大, 导致分布右偏

厚介质 { 损失由大量独立小碰撞累积, 根据中心极限定理, 分布趋近高斯分布
能量损失平均值大, 涨落相对小, 分布对称.

2. 泊松过程, 泊松分布, 母函数

① 过程: $N(t)$ 满足 { $N(0)=0$
独立增量 (无记忆性)
平稳增量 $P(N(t+s)-N(s)=k)$ 仅依赖于 t
在时段 t 内, 发生 k 次事件概率 $P = \lambda t + o(t)$

② 泊松分布

$$P\{k>t\} = \frac{e^{-\lambda t} \cdot (\lambda t)^k}{k!} \quad \lambda \text{ 单位时间平均事件数}$$

③ 与二项分布, 高斯分布关系

(1) 泊松分布是二项分布的极限形式

(2) 泊松分布 λ 很大时 近似高斯分布 (中心极限定理, 当事件次数多, 分布趋于对称)

④ 母函数

概率母函数 (PGF): X , 取值非负整数

$$G_X(s) = E[s^X] = \sum P(X=k) s^k$$

性质

$$\begin{cases} G_X(1) = 1 \\ E(X) = G'_X(1) \\ \text{Var}(X) = G''_X(1) + G'_X(1) - [G'_X(1)]^2 \\ \text{若 } X, Y \text{ 独立, 则 } G_{X+Y}(s) = G_X(s) G_Y(s) \end{cases}$$

例: 用母函数证明两个独立泊松变量之和仍为泊松分布

设 $X \sim P(\lambda), Y \sim P(\mu)$, 且 $X \perp Y$

求 $Z = X + Y$ 分布

$$\text{解: } G_{X+Y}(s) = e^{\lambda(s-1)} e^{\mu(s-1)}$$

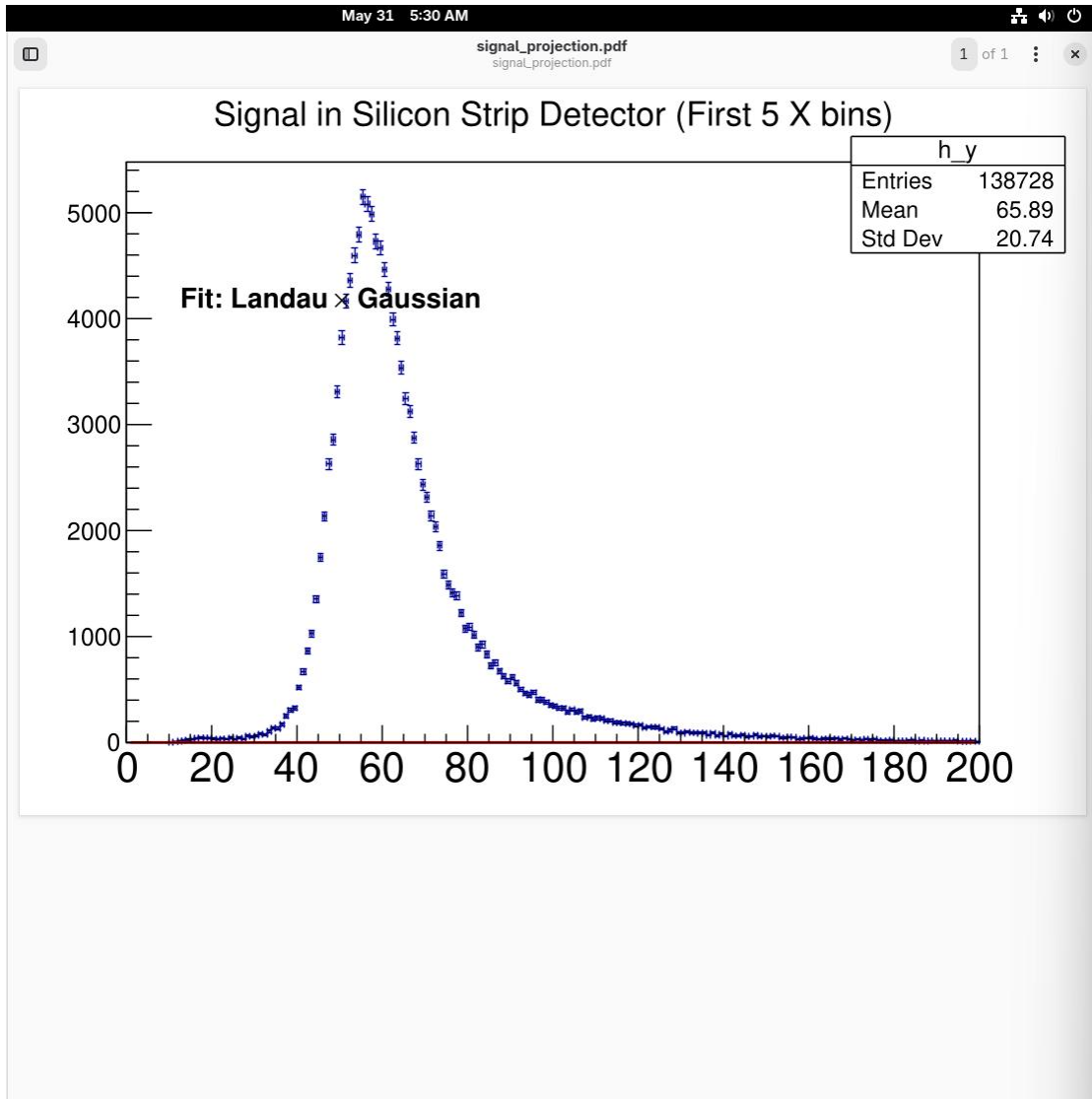
$$G_X(s) = e^{\lambda(s-1)}$$

$$G_Y(s) = e^{\mu(s-1)}$$

$$G_{X+Y}(s) = G_X(s) G_Y(s) = e^{(\lambda+\mu)(s-1)}$$

是 $P(\lambda+\mu)$ 的母函数

3. 如图所示, 将 r_strip TH2D 在 X 方向前 5 个 bin 投影至 Y 轴, 得到信号幅度分布。经观察, 该分布呈现单峰且略右偏, 采用 Landau-Gauss 卷积函数进行拟合, 曲线与数据点吻合良好。拟合参数表明平均电荷沉积约为 65.9 a. u., 与 300 μm 硅微条探测器对 MIP 粒子响应一致。



过程中两图如下

