



Nuisance-Aware Muon Tomography

报告人：赵志政

北京大学

arXiv:2606.20180

2026 年 7 月



问题：一次残差里混合了什么？

观测残差 $r =$ 目标材料信号 + 非目标响应

逆问题的核心歧义

材料散射更强
残差分布会变宽

想要恢复的
目标材料散射

逐事例变化
未知缪子动量

缪子动量更低
残差分布同样会变宽

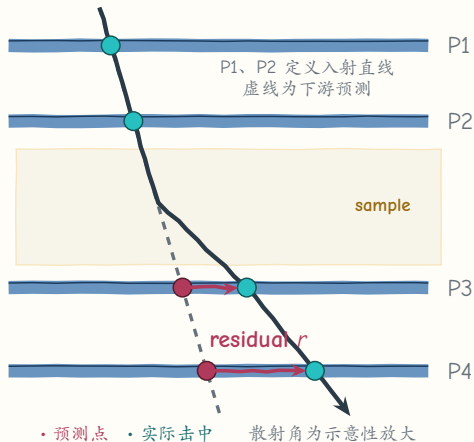
仪器响应
分辨率与对准

环境响应
空气与支撑材料

只看一次大残差，无法区分二者。

每条轨迹只有少量击中点，也没有逐事例动量；因此需要在似然中区分材料项与非目标响应。

观测层：从击中点构造残差



1. 用上游击中定义入射斜率

$$m_{i,u} = \frac{x_{i,2}^{(u)} - x_{i,1}^{(u)}}{z_2 - z_1}, \quad u \in \{x, y\}$$

2. 外推到下游平面

$$\hat{x}_{ij}^{(u)} = x_{i,1}^{(u)} + m_{i,u}(z_j - z_1), \quad j \geq 3$$

3. 实际击中减去预测点

$$r_{ij}^{(u)} = \underbrace{x_{ij}^{(u)}}_{\text{实际击中}} - \underbrace{\hat{x}_{ij}^{(u)}}_{\text{直线预测}}$$

3P: P3 的 (r_x, r_y) ; 4P: 再加入 P4。

$m_i = (m_{i,x}, m_{i,y})$ 表示入射斜率; 全部残差共 $3 \times 2 = 6$ 个量 p_i 。

材料场如何生成残差分布

1. 材料场给出沿路径的局部散射强度

$$\begin{aligned} d \operatorname{Var}(\theta_{i,u}) &= \kappa(p_i) \lambda(\mathbf{x}_i(z)) \sec^3 \vartheta_i dz \\ \lambda(\mathbf{x}) &= 1/X_0(\mathbf{x}), \quad \kappa(p_i) = (E_s/\beta_i p_i c)^2 \end{aligned}$$



用杠杆臂传播并沿路径累加

2. 几何与材料共同形成残差方差核

$$K_{ij}[\lambda] = \sec^3 \vartheta_i \int_{\text{sample}} (z_j - z)^2 \lambda(\mathbf{x}_i(z)) dz$$



3. 得到材料引起的下游残差分布

$$\sigma_{\text{mat},ij}^2 = \kappa(p_i) K_{ij}[\lambda], \quad R_{\text{mat},ij}^{(u)} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{mat},ij}^2)$$

空场响应如何进入残差似然

1. 观测残差 = 空场残差 + 材料散射

$$R_0 \mid \mathbf{m}_i \sim p_0(\cdot \mid \mathbf{m}_i), \quad R_{\text{mat}} \mid \lambda, p_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{mat}, i, j}^2), \quad R = R_0 + R_{\text{mat}}$$



对空场残差所有可能的取值求和

2. 相加后的残差密度是标准卷积

$$p_R(r \mid \lambda, \mathbf{m}_i, p_i) = \int p_0(r_0 \mid \mathbf{m}_i) \phi_{\sigma_{\text{mat}, i, j}^2}(r - r_0) \mathrm{d}r_0$$

r_0 是空场贡献, $r - r_0$ 是材料散射需要贡献的残差



同一条缪子的全部残差共享动量尺度

3. 对未知动量进行事件级边缘化

$$p(\mathbf{r}_i \mid \lambda, \mathbf{m}_i) = \int \prod_{j \in \mathcal{J}} \prod_{u \in \{x, y\}} p_R(r_{i, j}^{(u)} \mid \lambda, \mathbf{m}_i, p) \mathrm{d}P_{\text{acc}}(p)$$

最终：用全部事件反演材料场

1. 将每条缪子的事件似然汇总

$$p(\mathbf{r}_1 \mid \lambda, \mathbf{m}_1), \dots, p(\mathbf{r}_N \mid \lambda, \mathbf{m}_N)$$



2. 优化非负的辐射长度密度场

$$\hat{\lambda} = \arg \min_{\lambda \geq 0} \left[-\frac{1}{N} \sum_i \log p(\mathbf{r}_i \mid \lambda, \mathbf{m}_i) + \alpha \text{TV}(\lambda) \right]$$

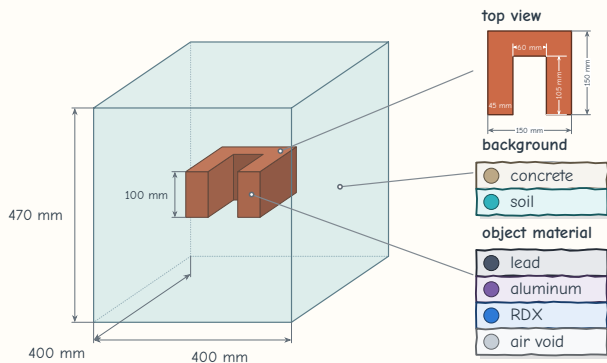


3. 输出材料场

空场响应与动量先验保持固定；目标扫描只更新材料场 λ 。

3P 使用一个下游平面，4P 使用两个下游平面。

实验设计：八个对比度跨越很大的场景



材料	$s = \rho Z/A$	X_0 (mm)
混凝土	1.171	115.53
土壤	0.8529	159.60
铅	4.492	5.61
铝	1.301	88.97
RDX	0.9536	200.73
空洞	0.0015	3.04×10^5

- ▶ 固定 U 形目标，背景体积 $400 \times 400 \times 470$ mm。
- ▶ 4 种目标 $\times$ 2 种背景，共 8 个场景。
- ▶ 覆盖强正对比、弱正对比、近背景对比和负对比。

对比方法、扫描条件与指标

五种方法

- ▶ PoCA
- ▶ MLS-EM
- ▶ ASR
- ▶ NAMT-3P
- ▶ NAMT-4P

统一协议

- ▶ 同一接受事例集
- ▶ 同一俯视网格
- ▶ 参考: 120k 缪子, 1 mm 误差
- ▶ 误差扫描: 1 / 2 / 3 mm
- ▶ 计数扫描: 120k / 60k / 30k

两类评价

$$\text{AUC} = \Pr(A_t > A_b) + \frac{1}{2} \Pr(A_t = A_b)$$

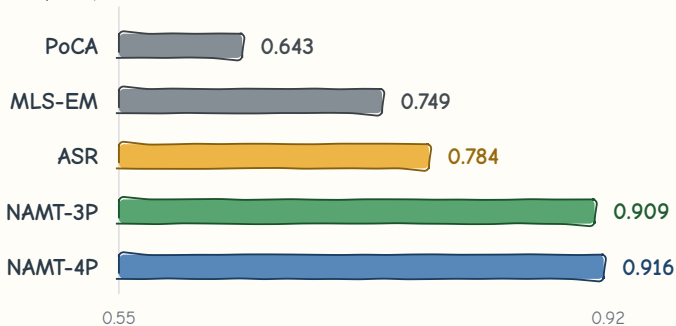
$$\text{CNR} = \frac{\bar{v}_t - \bar{v}_b}{\text{std}(v_b)}$$

AUC 衡量排序分离; CNR 衡量目标均值相对背景波动的距离。

结果总览: NAMT 整体领先

NAMT 在下游击中残差层建立似然，显式处理未知动量与空场响应。

八个场景的 mean AUC



0.916

NAMT-4P mean AUC

+0.132 相对最强非 NAMT 基线 ASR。

3P 为 0.909 少一层下游平面，仅低 0.007。

真正拉开差距的是弱对比和负对比

方法	AI		RDX		空洞	
	混凝土	土壤	混凝土	土壤	混凝土	土壤
PoCA	0.566	0.648	0.514	0.451	0.568	0.536
MLS-EM	0.529	0.646	0.647	0.640	0.800	0.749
ASR	0.548	0.706	0.723	0.610	0.892	0.804
NAMT-3P	0.921	0.675	0.925	0.842	0.966	0.947
NAMT-4P	0.923	0.744	0.923	0.817	0.972	0.949

AI / 混凝土

NAMT-4P 0.923, ASR 0.548, MLS-EM 0.529。

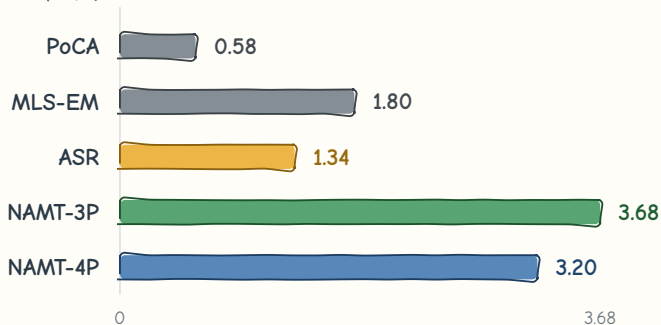
RDX / 土壤

NAMT-3P 0.842, ASR 0.610, MLS-EM 0.640。

说明 NAMT 的价值不是“让容易的目标更容易”，而是从干扰方差中恢复微弱材料信号。

CNR 揭示 3P / 4P 的不同优势

八个场景的 mean CNR



NAMT-3P

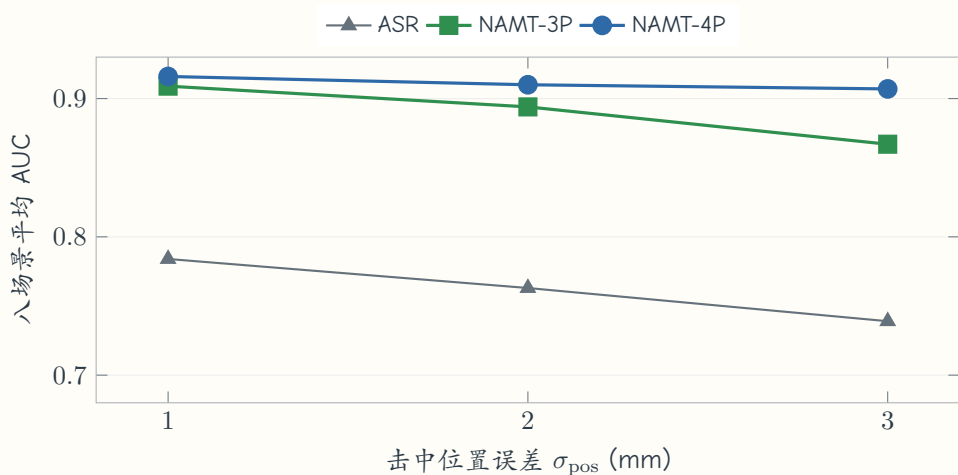
参考 CNR 最高，目标与背景的幅度分离最强。

NAMT-4P

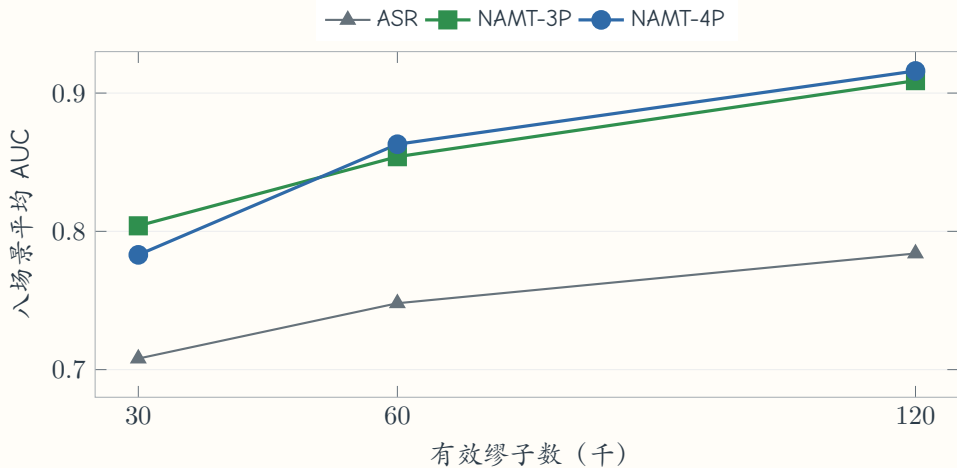
参考 AUC 最高；击中位置误差增大时更稳定。

额外平面提升排序稳定性，但不保证更高的标准化幅度对比。

鲁棒性：4P 更能抵抗击中误差



低计数：30k 缪子时 3P 反而最佳



如何理解这些结果?

为什么优于 MLS-EM?

- ▶ 两者都是体素化散射场的统计重建。
- ▶ MLS-EM 在角度—位移压缩观测上建模。
- ▶ NAMT 在下游击中残差层建模。
- ▶ 非目标响应先由空场固定，目标扫描只拟合材料场。
- ▶ 动量尺度在同一事例的全部坐标间共享。

当前边界

- ▶ 结果来自受控 Geant4 基准，尚需真实装置验证。
- ▶ 弱对比场景的目标存在性更清楚，但细节仍模糊或破碎。
- ▶ 空场条件分布必须覆盖目标扫描的工作状态。
- ▶ 若要在近背景材料间做精细区分，仍可能需要逐事例动量或等效额外约束。

论文最重要的贡献不是一个更复杂的优化器，而是重新选择了似然所在的观测层。

总结

模 型

直接使用下游击中残差
路径积分连接
材料场与方差

干 扰 处 理

空场学习仪器响应
在宇宙线先验
上边缘化动量

结 果

4P 平均 AUC 最佳
3P 平均 CNR 与
低计数最佳

谢谢

Q & A