

## Q1: 位置分辨与动量误差的资源博弈

### a) 推导相对动量误差的简化表达式

带电粒子在均匀轴向磁场中做圆周运动，其横向动量  $p_T$  与曲率半径  $\rho$  满足洛伦兹力方程：

$$\frac{mv^2}{\rho} = qvB \Rightarrow p_T = qB\rho$$

整理单位后得到：

$$p_T = 0.3 B\rho$$

粒子在探测器中走过的一段圆弧，弦长为  $L$ ，偏转角为  $\theta$ 。由几何关系：

$$\frac{L}{2\rho} = \sin \frac{\theta}{2}$$

在高动量极限下， $\rho \gg L$ ，偏转角  $\theta \ll 1$ ，故可应用小角近似  $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$ ，得：

$$\frac{L}{2\rho} \approx \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta \approx \frac{L}{\rho}$$

Sagitta（弧矢距） $s$  定义为圆弧中点到弦的距离。

$$s = \rho \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

泰勒展开， $\cos x \approx 1 - x^2/2$  ( $x \ll 1$ )：

$$s \approx \rho \cdot \frac{(\theta/2)^2}{2} = \rho \cdot \frac{\theta^2}{8}$$

将  $\theta \approx L/\rho$  代入：

$$s \approx \rho \cdot \frac{(L/\rho)^2}{8} = \frac{L^2}{8\rho}$$

再将之前的  $\rho = p_T/(0.3B)$  代入上式：

$$s = \frac{0.3 B L^2}{8 p_T}$$

采用三点等间距测量： $x_1, x_2, x_3$  分别位于弦的左端、圆弧中点和右端。Sagitta 可重构为：

$$s = x_2 - \frac{x_1 + x_3}{2}$$

假设各点的位置测量误差独立且相等，均为  $\sigma_x$ ，则 sagitta 的误差为：

$$\sigma(s) = \sqrt{\sigma_x^2 + \frac{\sigma_x^2}{4} + \frac{\sigma_x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_x$$

由  $s \propto 1/p_T$ ，即  $p_T \propto 1/s$ 。应用误差传递公式：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{\sigma(s)}{s}$$

代入得：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{\sqrt{3/2} \sigma_x}{L^2/(8\rho)} = \frac{8\sqrt{3/2} \rho \sigma_x}{L^2}$$

再利用  $\rho = p_T/(0.3B)$ ：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{8\sqrt{3/2} \cdot p_T \cdot \sigma_x}{0.3 B L^2}$$

$$8\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{64 \times \frac{3}{2}} = \sqrt{96} \approx 9.80$$

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{p_T \cdot \sigma_x}{0.3 B L^2} \cdot 8\sqrt{\frac{3}{2}} \approx 9.80 \frac{p_T \cdot \sigma_x}{0.3 B L^2}$$

对于  $N$  个等间距测量点的一般情况，Gluckstern 给出了多重散射可忽略时的动量分辨率公式：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{\sigma_x \cdot p_T}{0.3 B L^2} \sqrt{\frac{720}{N+4}}$$

当  $N = 3$  时： $\sqrt{720/7} \approx \sqrt{102.86} \approx 10.14$ ，与式 (13) 的结果在相近量级。

Gluckstern 公式考虑了所有测量点的信息，系数略有不同。

在二值读出 (binary readout) 且电荷分享可忽略的情况下，命中位置在微条 pitch  $p$  内均匀分布，位置测量误差为：

$$\sigma_x \approx \frac{p}{\sqrt{12}}$$

## 最终简化表达式

综合以上结果，相对动量误差的核心标度关系为：

$$\boxed{\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \propto \frac{p_T \cdot \sigma_x}{B \cdot L^2} \propto \frac{p_T \cdot p}{B \cdot L^2}}$$

以上推导根据网上所查了解推导

### b) 三个使动量误差减半的独立方案

从简化公式  $\sigma(p_T)/p_T \propto p_T \sigma_x / (BL^2)$  出发，目标是使误差缩小一半（乘以 1/2）。

#### 方案 1：磁场强度加倍

将磁场强度  $B$  增大为  $2B$ ：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{new}} = \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}} \times \frac{B}{2B} = \frac{1}{2} \times \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}}$$

改变参数： $B \rightarrow 2B$

理由：动量分辨率与  $B$  成反比，线性改善。

#### 方案 2：Lever arm 增大 $\sqrt{2}$ 倍

将探测器径向长度  $L$  增大为  $\sqrt{2}L \approx 1.414L$ ：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{new}} = \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}} \times \left(\frac{L}{\sqrt{2}L}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}}$$

改变参数： $L \rightarrow \sqrt{2}L \approx 1.414L$

理由： $L$  以平方形式出现在分母，只需增大  $\sqrt{2}$  倍即可获得因子 2 的改善。

#### 方案 3：位置测量误差减半（pitch 减半）

将位置测量误差  $\sigma_x$  减小为  $\sigma_x/2$ 。在二值读出近似下，即 pitch 减半：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{new}} = \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}} \times \frac{\sigma_x/2}{\sigma_x} = \frac{1}{2} \times \frac{\sigma(p_T)}{p_T} \Big|_{\text{old}}$$

改变参数： $\sigma_x \rightarrow \sigma_x/2$ ，即  $p \rightarrow p/2$

理由：动量分辨率与  $\sigma_x$  成正比，线性改善。

### c) 三个方案在真实工程中落地的系统级代价

### 方案 1: $B \rightarrow 2B$ (磁场强度加倍)

代价	具体影响
1 超导磁体系统全面升级	临界电流密度 $J_c$ 需求大幅提高, 现有 NbTi 超导线材可能不够, 需采用 Nb <sub>3</sub> Sn 或 HTS (高温超导) 材料, 技术成熟度低、成本极高
2 磁体体积和重量剧增	电磁力 $F \propto B^2$ , 磁场加倍导致力学负载变为 4 倍, 支撑结构、轭铁质量大幅增加, 对实验厅地面承载提出极高要求
3 冷量和功耗增加	维持更高磁场的超导线圈需要更大的制冷功率, 低温系统 (液氮/液氦循环) 规模扩大, 运行成本显著上升
4 对电子设备的磁干扰	强磁场对附近前端电子学 (ASIC、FPGA) 产生单粒子翻转 (SEU) 和辐射效应增加; 端盖区域磁场不均匀性加剧, 影响端盖探测器的动量测量和粒子鉴别

### 方案 2: $L \rightarrow \sqrt{2}L$ (探测器径向长度增大 $\sqrt{2}$ 倍)

代价	具体影响
1 探测器体积和材料翻倍	硅面积增加约 2 倍, 传感器成本急剧上升; 支撑结构 (碳纤维、冷却管、电缆) 同步增加
2 通道数增加	内层半径增大且外层半径也增大, 若保持像素/微条尺寸, 通道数增加约 2 倍 (桶部面积 $\propto L$ ), 读出电子学数量和功耗倍增
3 土建和空间限制	更大的探测器需要更大的地下实验厅, 土建成本非线性增长; 与对撞机真空管、聚焦磁铁的接口空间可能不足
4 服务系统复杂化	电缆、光纤、冷却管路总长度增加, 服务线路 (services) 的布线密度和空间占用成为瓶颈, 安装和维护难度加大

### 方案 3: $\sigma_x \rightarrow \sigma_x/2$ (pitch 减半)

代价	具体影响
1 读出通道数爆炸式增长	每维通道数增加 2 倍, 若为二维像素则总通道数增至 4 倍; 前端 ASIC 数量同步增加
2 功耗和发热倍增	ASIC 功耗 $\propto$ 通道数, 功耗增加 2-4 倍, 冷却系统 (蒸发冷却或水冷) 负荷大幅加重, 可能导致传感器热失控
3 数据量剧增	每个事例的原始数据量倍增, DAQ 带宽和在线触发系统的处理压力急剧增大, 可能需要重构数据获取架构
4 传感器电容恶化	Pitch 减半 $\rightarrow$ 单位长度微条数加倍 $\rightarrow$ 传感器总电容增大 $\rightarrow$ 电子学噪声上升, 信噪比恶化
5 服务线路密度饱和	更多的 ASIC 需要更密集的供电、数据和控制线路, 在狭小的桶部空间内布线极其困难

## d) 最不推荐的方案及理由

### 方案 2（增大 Lever arm $L$ ）

在三个方案中，我最不推荐方案 2，即通过增大探测器径向长度  $L$  来换取动量分辨率的改善。

#### 理由

##### 1. 改进效率极低，成本效益最差

方案 2 要求将  $L$  增大  $\sqrt{2} \approx 1.41$  倍，才能使  $\sigma(p_T)/p_T$  减半。但  $L$  的增大直接导致探测器体积和硅面积近似翻倍（桶部探测器面积  $\propto L$ ）。这意味着材料成本、通道数、功耗几乎全部翻倍。相比之下：- 方案 1（ $B$  加倍）仅需增强磁体系统，对探测器本身改动较小；- 方案 3（ $\sigma_x$  减半）仅需缩小 pitch，虽然通道数增加，但至少传感器的物理体积不变；- 方案 2 则从根本上放大了整个探测器的物理规模。

##### 2. 土建和空间的硬约束

探测器  $L$  增大  $\sqrt{2}$  倍，意味着半径增大  $\sqrt{2}$  倍。对撞机实验厅的尺寸和深度在设计阶段就已基本确定（如 HL-LHC 的 ATLAS/CMS 洞穴尺寸受 LHC 隧道本身约束）。增大探测器尺寸可能需要：- 扩建地下实验厅  $\rightarrow$  土建成本极高，且可能需要在对撞机运行期间施工；- 与束流管（beam pipe）和聚焦磁铁（final focus magnets）的接口空间不足，影响束流光学设计。

##### 3. 服务系统和服务间隙的瓶颈

硅径迹探测器的服务线路（电缆、光纤、冷却管、气体管路等）占据了桶部径向空间的很大一部分。增大  $L$  意味着：- 服务线路总长度增加，电阻损耗和信号延迟增加；- 在径向末端（ $r$  最大处）的服务线路占用空间比例更高，可能侵占必要的结构支撑空间；- 安装、调试和维护的可达性恶化。

#### 如果坚持方案 2，可能的补偿措施

如果确实需要增大  $L$ ，可以考虑以下补偿策略（但效果有限）：

- **分段式探测器设计**：将径迹探测器分为内桶和外桶两段，内桶用精细 pitch 保证低动量分辨，外桶用较大 pitch 做大  $L$ ，但这实际上是在向方案 3 的 hybrid 方向靠拢；
- **轻量化支撑结构**：采用更先进的碳纤维复合材料或气凝胶（aerogel）作为支撑，减小材料预算（material budget），降低多重散射；
- **嵌入式冷却**：将冷却管路直接集成到支撑结构中，节省独立冷却管道的空间占用；
- **高集成度 ASIC**：采用更先进制程（如 65 nm、28 nm）的前端电子学，降低单位通道功耗，缓解散热压力。

## 结论

即使采取上述补偿措施，**方案 2 在系统层面仍然是最不可行的**。因为它触及了实验装置最根本的**物理尺寸约束**，而这一约束在大型对撞机实验中几乎是不可动摇的（地下空间、束流管接口、力学习习惯等）。相比之下，方案 1 和方案 3 虽然也有各自的工程挑战，但至少不需要“重新挖一个更大的山洞”。因此，**方案 2 是系统上最不推荐的选择**。

## Q2: $\beta$ 放射源时间分辨测试的 PCB 设计

### a) PCB 版图与机械结构设计的关键原则

为保证获取真实的物理极限时间分辨率，以下五项原则必须严格遵守：

#### 1. 阻抗匹配

信号走线必须按  $50\Omega$  特征阻抗设计（微带线结构），与传感器输出阻抗和后续负载（示波器/放大器）阻抗匹配。

**影响机制：**阻抗不连续会在传输线中引起信号反射，反射波与入射波叠加产生振铃（ringing）和过冲。振铃导致信号过零点的抖动（zero-crossing jitter），直接恶化时间分辨率。对于 ns 级上升沿的快信号，即使是小幅度反射也足以引入数 ps 的定时误差。

#### 2. 走线长度匹配

四通道信号走线必须做等长设计，通道间走线长度差异控制在亚毫米量级（建议  $<0.5\text{mm}$ ）。

**影响机制：**信号在 FR4 基板中的传播速度约为  $15\text{cm/ns}$ （对应介电常数  $\epsilon_r \approx 4.3$ ）。 $1\text{mm}$  的长度差对应约  $6.7\text{ps}$  的传输延迟差。对于目标时间分辨率  $<50\text{ps}$  的测试，通道间几 mm 的长度差就可能成为系统误差的主要来源。等长设计确保各通道的传输延迟一致，通道间的时间差仅反映器件本身的物理差异。

#### 3. 接地设计

必须设置完整的接地平面（ground plane），为信号回流提供低阻抗路径。传感器焊盘附近应布置密集的地过孔（via stitching），缩短回流路径。

**影响机制：**AC-LGAD 器件电容大（微条结构）、信号幅度小（mV 量级），对噪声极为敏感。不连续的回流路径会增大环路面积，引入 EMI 干扰和地弹噪声。时间抖动与信噪比的关系为  $\sigma_{\text{jitter}} \propto t_{\text{rise}}/(S/N)$ ，噪声增大会直接降低信噪比，从而按比例恶化时间分辨。完整接地平面是抑制共模噪声的基础。

#### 4. 电源退耦

每个电源引脚附近就近布置退耦电容，采用 100nF 陶瓷电容+10μF 钽电容的组合方案，尽可能靠近芯片引脚放置。

**影响机制：**电源线上的噪声会直接耦合到信号通路中。对于小信号传感器前端，电源噪声的叠加效应不可忽视。退耦电容为高频噪声提供低阻抗旁路路径，维持电源轨的纯净度。缺少退耦或退耦电容距离过远，电源纹波会降低 S/N，进而通过  $\sigma_{\text{jitter}} \propto t_{\text{rise}}/(S/N)$  的关系影响定时精度。

#### 5. 串扰抑制

AC-LGAD 的通道间距仅 150μm，电容耦合显著。PCB 走线阶段需保持相邻走线间距≥3 倍线宽，或在走线间插入接地隔离带（guard trace）。避免长距离平行走线。

**影响机制：**相邻通道间的电容耦合和互感耦合会将一个通道的信号串扰到另一通道。对于 ns 级快信号，前沿串扰尤为严重。串扰信号与被测信号叠加后，改变了信号的幅度和过零点位置，引入通道间的定时偏差。在四通道同时测试时，串扰会成为限制分辨率的系统性误差源。

---

---

### b) 数据接口选择

选择：SMA 接口

接口	带宽	阻抗	机械特性	适用性
SMA	~18 GHz	50Ω	螺纹连接，机械稳固	最优
MMCX	~6 GHz	50Ω	卡扣连接，小型化	备选（带宽略低）
RJ45	~100 MHz	100Ω（差分）	网络通信标准	不适用
Flat Ribbon	<100 MHz	无标准阻抗	无屏蔽，易串扰	不适用

选择原因

- 带宽匹配：**β 信号是 ns 级快信号（上升沿<1ns），频谱带宽集中在百 MHz 到数 GHz 范围。SMA 的 18GHz 带宽完全覆盖，无信号畸变风险。RJ45 和 Flat Ribbon 的带宽太低，会严重展宽信号前沿。
- 阻抗匹配：**SMA 接口的标准阻抗为 50Ω，与 PCB 微带线设计一致，无需阻抗变换即可实现无缝连接。

3. **机械可靠性：**螺纹连接方式在实验室反复插拔的条件下最为可靠，连接松动或接触不良会引入间歇性阻抗不连续。相比 MMCX 的卡扣结构，SMA 的机械稳定性更适合精密定时测量。
4. **实验室标准：**SMA 是核物理/粒子物理实验室的通用接口标准，与示波器、放大器、NIM 机箱等设备兼容性最好，无需转接头。

### c) PCB 俯视图和剖面图描述

#### 俯视图

PCB 整体呈矩形，尺寸约  $6\text{cm} \times 4\text{cm}$ ，板厚  $0.7\text{mm}$ 。

**左侧区域——传感器布置**（占板面约  $1/3$  宽度）：- 中央位置：DC-LGAD 器件区，尺寸  $1.5\text{mm} \times 1.5\text{mm}$ ，四周布置打线焊盘（wire-bonding pads），用于符合触发和提供时间参考信号 - 上方：AC-LGAD 待测器件区 1，尺寸  $1\text{cm} \times 2.5\text{mm}$ ，pitch= $150\mu\text{m}$ ，electrode width= $50\mu\text{m}$ ，四通道微条电极沿长边排列 - 下方：AC-LGAD 待测器件区 2，尺寸  $4\text{cm} \times 2.5\text{mm}$ ，pitch= $150\mu\text{m}$ ，electrode width= $50\mu\text{m}$ ，四通道微条电极沿长边排列

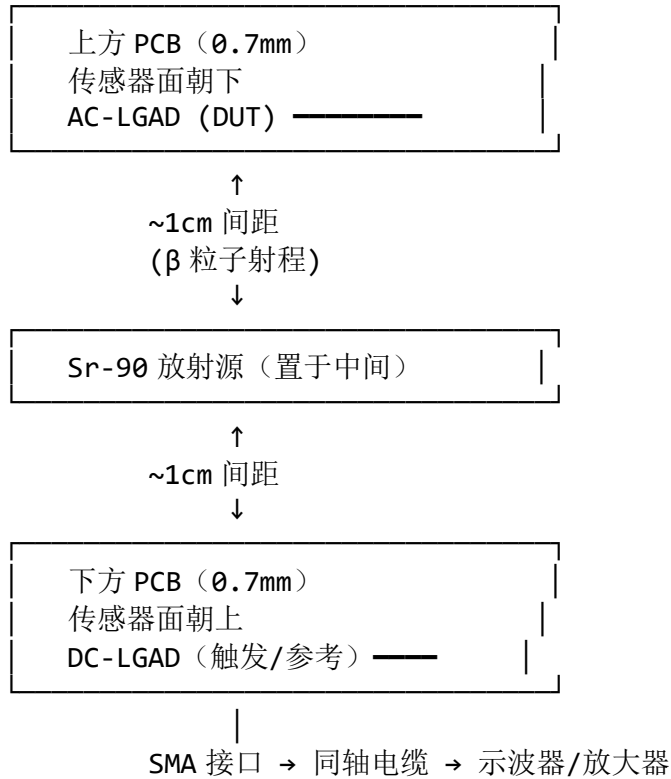
**走线区域**（占板面中间约  $1/3$  宽度）：- 从各传感器焊盘引出的信号走线向右侧 SMA 接口延伸 - 四通道走线做等长蛇形补偿设计，确保长度匹配 - 走线下方为完整接地平面，走线两侧布置接地过孔阵列 - 相邻走线间距  $\geq 3$  倍线宽，或插入接地隔离带

**右侧区域——接口布置**（占板面约  $1/3$  宽度）：- 4 个 SMA 接口（侧卧型），对应四通道 AC-LGAD 信号输出 - 1 个参考通道 SMA 接口，对应 DC-LGAD 信号输出 - 所有 SMA 接口统一排列在板边，便于连接同轴电缆

**标注：**关键尺寸包括 pitch= $150\mu\text{m}$ 、electrode width= $50\mu\text{m}$ 、板厚  $0.7\text{mm}$ 、走线特征阻抗  $50\Omega$ 。

## 剖面图

采用双板对扣结构（上下两块 PCB），用于夹持 Sr-90 放射源：



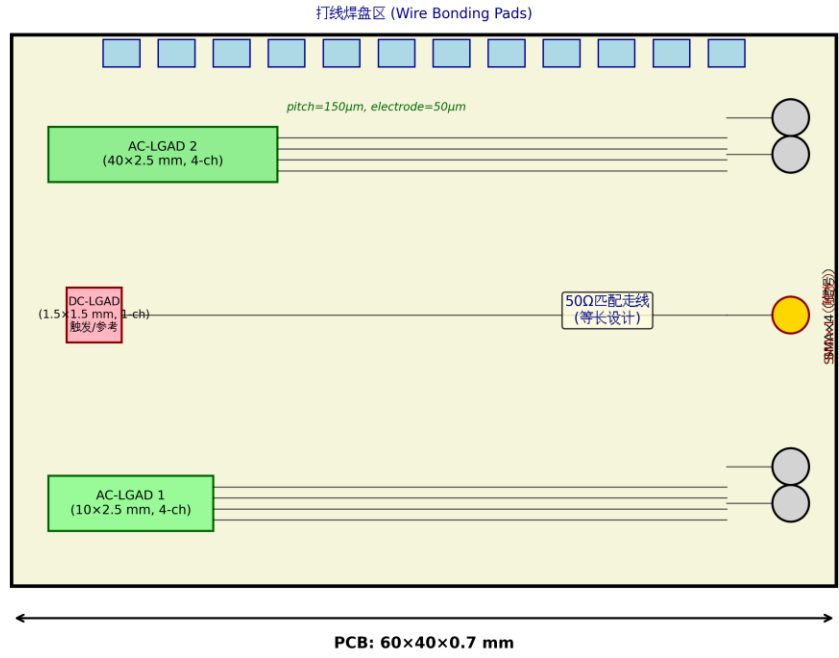
**结构说明：** - 上方 PCB 承载 AC-LGAD 待测器件 (DUT)，传感器面朝下朝向放射源 - 下方 PCB 承载 DC-LGAD 参考器件，传感器面朝上，提供触发信号和时间参考 - 两板间距约 1cm，约为 Sr-90 β 粒子的典型射程距离，确保足够的符合计数率 - Sr-90 放射源置于中间位置，β 粒子向上和向下同时发射，被上下传感器分别探测 - 信号通过各自 PCB 上的 SMA 接口经同轴电缆引出至后端电子学（放大器+示波器或 TDC） - 两块 PCB 通过机械支架固定，间距可调以适应不同放射源强度

---

## PCB 示意图

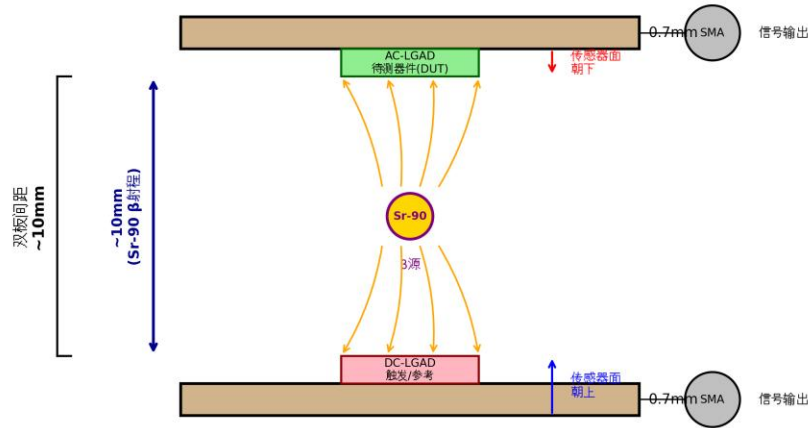
**PCB 俯视图 (Top View) :**

### PCB 俯视图 (Top View)



$\beta$  测试双板剖面图 (Cross-Section View) :

### $\beta$ 测试双板剖面图 (Cross-Section View)



传感器面朝下的上方 PCB 需保证传感器窗口到放射源的路径上无遮挡；两板严格平行以保证间距均匀；机械支架需用低本底材料（如铝或 PEEK）制作，避免额外辐射本底。

### Q3: 拓扑结构的选择：为何不建一个“球”？

我的立场：反对球面提议，维持 Barrel + Endcap 结构。

#### 物理维度

Barrel 的硅探测器层是同心圆筒结构，测量点沿径向近似均匀分布。粒子在轴向磁场中的轨迹在横截面内是一段圆弧，各层测量点到碰撞点的距离均匀，这对轨迹拟合和动量测量是最优的。

球面的测量点在横截面内的间距随极角变化很大——赤道附近点距大，两极附近点距小，导致不同方向上的动量分辨率不均匀。而且 pp 碰撞产生的粒子主要集中在垂直于束流的方向 ( $\theta \approx 90^\circ$ )，Barrel 正好在这个区域提供最好的测量精度（粒子近似垂直入射探测器层）。球面在赤道附近的切平面近似平行于束流轴，粒子以很小的角度擦过探测器表面，等效分辨率反而下降。

另外，球面无法自然地覆盖前向和后向高  $\eta$  区域，而 Barrel+Endcap 的分层设计通过独立的端盖圆盘专门优化了这部分区域的性能。

## 工程维度

Barrel 的传感器模块是平面或简单弧形的，可以用标准工艺批量生产。ATLAS 和 CMS 的实验经验已经证明这种结构是可行的。球面要求从赤道到两极每个纬度环的曲率都不同，意味着每个环的模块尺寸和曲率都不同，无法批量生产，成本和复杂度会大幅上升。

支撑结构方面，Barrel 的同心圆筒承载架已经很成熟，冷却管路沿圆周方向铺设即可。球面需要三维弯曲的支撑构件，冷却管路要沿球面铺设，这在工程上难度很大。此外，Barrel 可以沿径向逐层拆卸来维护内层模块，球面的内层被外层完全包裹后很难接近。

## 磁场系统集成维度

这是反对球面的最关键原因。大型对撞机探测器都使用螺线管产生沿束流轴（z 轴）的均匀磁场。在 Barrel 中，磁场方向垂直于探测器层的横截面，带电粒子在垂直于磁场的平面内做圆周运动，动量测量公式简单直接（ $pT = 0.3BR$ ），轨迹重建算法成熟。

球面上不同位置的法线方向各不相同，磁场与探测器表面的夹角从赤道到两极不断变化。这导致两个问题：一是传感器中电荷漂移方向和有效漂移速度随位置变化，信号采集变得复杂；二是粒子在不同位置受到的洛伦兹力方向关系不一致，轨迹不再是简单的螺旋线，重建算法需要大量修改，计算量增加很多。

更根本的是，螺线管只能在 z 方向提供均匀磁场，球面要求的“各向同性磁场”在物理上不可能实现。

## 更合理的拓扑结构

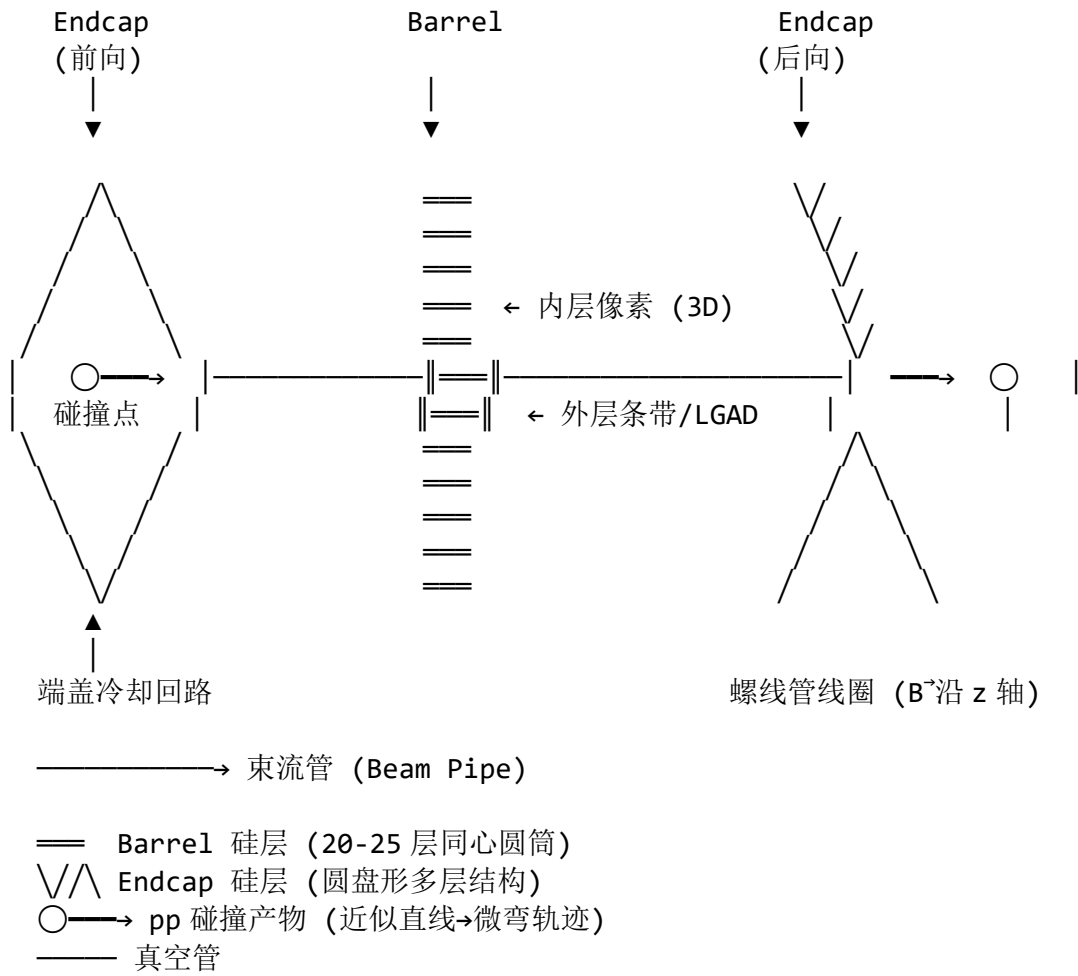
我认为下一代探测器应保持 **Barrel + Endcap** 的基本框架，但做以下优化：

- 增加层数（比如从 10 层增加到 20 层左右），提高测量点数来改善动量分辨率
- 减小像素/条带尺寸（比如内层做到 50 $\mu\text{m}$  量级），提高空间分辨率
- 内层靠近束流管的区域用抗辐射的像素探测器，外层用大面积的条带探测器来降低成本
- 端盖采用圆盘形结构，垂直于束流轴多层排列，优化前向/后向区域的覆盖

这种结构在物理上已经在 LHC 上验证了几十年，工程上成熟可制造，与螺线管磁场的兼容性也经过充分验证。球面虽然看起来“对称美观”，但引入的问题远比解决的问题多。

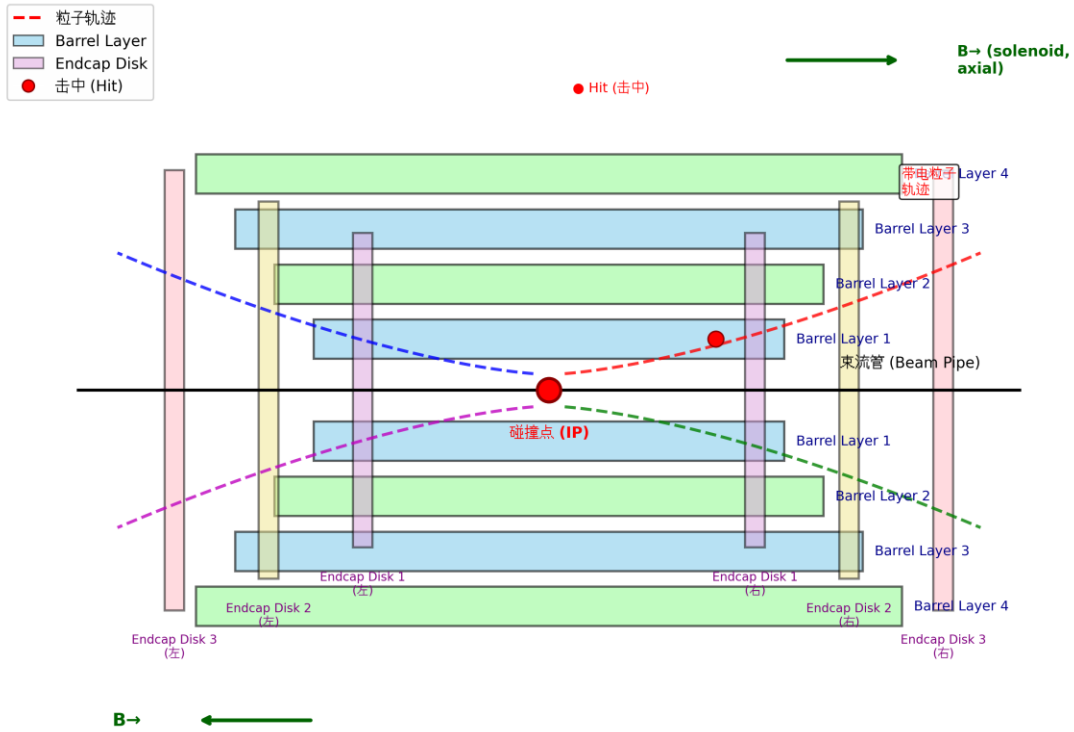
### 4.3 简易示意图（侧视图/截面图）





**Barrel + Endcap 拓扑结构示意图 (侧视图) :**

### Barrel + Endcap 拓扑结构 (侧视图)



参考文献: - CMS Collaboration, "The Phase-2 Upgrade of the CMS Tracker", CERN-LHCC-2017-009 - ATLAS Collaboration, "ATLAS Inner Tracker Pixel Detector", CERN-LHCC-2017-021 - Glazumov, I., "Tracking Detectors: Principles and Challenges", arXiv:1406.2334 [physics.ins-det] - Rossi, L., Fischer, P., Rohe, T., Vermes, N., *Pixel Detectors: From Fundamentals to Applications*, Springer, 2006