

Q1 位置分辨与动量误差的资源博弈

高动量极限下相对动量误差 $(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T})$ 推导

对撞机探测器采用轴向均匀螺线管磁场 B (沿束流 z 轴), 带电粒子横向动量 p_T 满足洛伦兹力向心力平衡:

$$\frac{p_T v}{\rho} = qvB$$

高能粒子 $v \approx c$, 电荷 $q = e$, 化简得到轨道曲率半径核心公式:

$$\rho = \frac{p_T}{eB}$$

式中:

- ρ : 粒子轨迹弯曲半径;
- p_T : 横向动量;
- B : 螺线管磁场磁感应强度;
- e : 元电荷。

1. 误差传递: 对 $\rho = p_T/(eB)$ 做微分误差传递

把 e, B 视为常数, 对两边微分:

$$d\rho = \frac{1}{eB} dp_T$$

改写为误差形式 (微分增量等价于测量标准偏差 σ):

$$\sigma_\rho = \frac{\sigma_{p_T}}{eB}$$

整理得到相对动量误差与曲率半径误差的基础关系:

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \frac{\sigma_\rho}{\rho}$$

物理含义: 横向动量相对误差 = 轨迹曲率半径的相对测量误差。

2. 多层硅探测器轨迹几何: 由单层位置误差 σ_x 求 σ_ρ 硅径迹探测器由多层平行圆柱探测层组成, 相邻两层径向间距为 L (层间距)。

粒子穿过两层探测器, 在两层上留下两个空间命中点, 两点横向测量误差均为 σ_x 。

两点横向位置差记为 x_1, x_2 , 两点弦长对应的几何关系:

小角度近似下, 轨迹圆弧对应的弦偏差满足几何近似:

$$\Delta x \approx \frac{L^2}{2\rho}$$

对该式做误差传递, 得到曲率半径测量误差:

$$\sigma_\rho = \frac{\rho^2}{L^2} \sigma_x$$

几何近似说明

圆弧两点间横向偏移由曲率半径与层间距共同决定; 层间距越大、曲率半径越小, 两点位置差越大, 位置误差对曲率的扰动越小。该式是径迹动量误差推导的核心几何桥梁。

3. 联立得到 σ_{p_T}/p_T 完整表达式

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\rho^2}{L^2} \sigma_x = \frac{\rho \cdot \sigma_x}{L^2}$$

把 $\rho = p_T/(eB)$ 代入, 替换掉 ρ :

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \frac{p_T \cdot \sigma_x}{eBL^2}$$

4. 引入题目给定条件: $\sigma_x \propto \text{pitch}$

题目假设: 二值读出、电荷分享可忽略, 硅微条本征位置测量误差与微条间距 (pitch) 成正比:

$$\sigma_x = k \cdot \text{pitch}$$

k 为无量纲常数 (由读出阈值、电荷扩散决定, 高动量极限下固定不变)。

代入式 (4):

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \frac{k \cdot p_T \cdot \text{pitch}}{eBL^2}$$

5. 高动量极限的物理限定 (结合讲义分辨率公式补充)

讲义给出硅探测器撞击参数分辨:

$$\sigma_{r\phi} = a \oplus \frac{b}{p_T \sin^{3/2} \theta}$$

两项分别代表:

- a: 探测器本征位置分辨项, $a \propto \sigma_x \propto \text{pitch}$;
- b/p_T : 多次库仑散射项, 低动量主导, 随 p_T 增大快速衰减。

高动量极限 ($p_T = 100\text{GeV}/c$): p_T 极大, 散射项 $b/p_T \rightarrow 0$, 散射贡献可完全忽略, 只保留探测器本征位置误差 σ_x , 因此式 (5) 完全成立, 不需要额外引入散射修正项。

6. 简化形式 (工程常用比例式)

对于固定实验 (e, k) 为常数, $p_T = 100\text{GeV}/c$ (固定), 可写正比关系:

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} \propto \frac{\text{pitch}}{BL^2}$$

三种使动量误差减半的独立方案

目标: $\sigma_{p_T}/p_T \rightarrow 0.5 \times \text{原值}$, 由公式 $\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} \propto \frac{\text{pitch}}{BL^2}$ (固定 $p_T = 100\text{GeV}/c$), 三种独立参数调整方案:

1. 方案 1: 缩小硅微条 pitch (减半)

参数: 微条间距 $\text{pitch} \downarrow 1/2$

理由: $\sigma_x \propto \text{pitch}$, 位置误差减半, σ_{p_T}/p_T 同步减半。

2. 方案 2: 提升磁场强度 B (翻倍)

参数: 磁场 $B \times 2$

理由: 动量误差与 B 成反比, B 翻倍直接压低相对动量误差 1/2。

3. 方案 3: 增大探测器层间距 L (扩大至 $\sqrt{2}$ 倍)

参数: 层间距 $L \times \sqrt{2}$

理由: 误差与 L^2 反比, L 放大 $\sqrt{2}$, L^2 翻倍, 误差减半。

各方案落地的系统级致命代价

方案 1: 微条 pitch 减半

1. 通道数翻倍, ASIC 功耗、数据率暴涨

同面积下读出通道翻倍, ASIC 通道数量、前置放大电路数量同步增加, 整机功耗大幅上升; DAQ 数据带宽需求翻倍, 触发与数据传输压力激增。

2. 物质质量显著增加，多重散射恶化

通道变密需要更多走线、柔性 PCB、凸点 / 引线键合焊点，模块内部材料预算上升；低动量粒子库仑散射项 b/p_T 增大，低动量轨迹分辨变差。

3. 制造与对准工艺难度指数上升

更小间距要求传感器与 ASIC 微米级对准精度更高，键合工艺良率下降；机械装配、离线对准校准工作量大幅提升，几何形变带来额外系统误差。

方案 2：磁场 B 翻倍

1. 超导磁铁造价、制冷成本急剧上升

磁场与超导线圈电流、线圈体积正相关，磁场翻倍意味着磁体规模、低温制冷系统负荷大幅增加，装置基建与运行成本翻倍。

2. 探测器内部电磁干扰加剧

强磁场会干扰 ASIC 模拟前端噪声、传感器漏电流，电子学噪声基底抬升，抵消部分位置分辨提升收益；线缆、柔性 PCB 感应噪声增大。

3. 机械结构应力激增

大磁场对探测器碳纤维支撑、钛冷却管路产生巨大洛伦兹力，支撑结构刚度要求大幅提高，只能加厚 CFRP 骨架，物质质量上升，散射加剧。

方案 3：层间距 L 扩大 $\sqrt{2}$ 倍

1. 探测器整体径向尺寸放大，材料预算爆炸

桶部探测器半径增大，碳纤维支撑、冷却管路、服务线缆总长度大幅增加，整体物质质量上升，多重散射显著恶化，主次顶点分辨能力下降。

2. 磁场有效覆盖体积增大，磁体尺寸同步扩容

更大探测体积需要更大超导螺线管，磁体制造成本、低温负荷同步上升，装置占地、基建成本增加。

3. 次级顶点探测能力退化

讲义要求内层探测器极小半径 r_1 压低散射项 b ；层间距拉大意味着内层到碰撞点距离增加，撞击参数分辨 σ_{d0} 变差，短寿命粒子（B 介子等）次级顶点无法区分，核心物理目标受损。

最不推荐方案：扩大层间距 L（方案 3）

核心理由（HL-LHC/CEPC 场景）

HL-LHC、CEPC 核心物理目标包含重味物理、短寿命粒子次级顶点重建，讲义明确顶点探测三大硬性约束：极小内层半径 r_1 、极低物质质量、微米级位置分辨。

拉大层间距直接抬高内层半径 r_1 ，撞击参数分辨率 σ_{d0} 恶化，丢失重味物理核心物理信号；同时整机体积放大带来磁体、机械、冷却全链条成本暴涨，物理收益损失远大于高动量端动量精度提升，属于牺牲核心物理目标换取单一指标优化，完全违背讲义“物理驱动、系统折中”设计哲学。

若坚持拉大层间距，系统补偿修改措施

1. ASIC 架构：采用 MAPS 单片集成传感器替代 Hybrid 模块，省去凸点键合减薄硅片，极致降低物质量，抵消支撑结构增重带来的散射；采用低噪声、高辐照耐受 CMOS 前端，压低电子学噪声补偿顶点分辨损失。
2. 冷却系统：升级超薄钛微通道两相 CO_2 冷却（壁厚 0.1mm 钛管），搭配石墨烯横向导热膜，在更大体积下控制温度梯度，抑制热形变带来的几何对准误差。
3. 材料选择：全部支撑结构采用超高比刚度 M55J CFRP 碳纤维，取消金属支撑件；信号线选用超薄低 Z 柔性 FPC，全程严控材料预算，缓解多重散射。
4. 离线对准系统：增加激光扫描 + 宇宙线联合对准频率，加密几何量测点，用离线算法修正径向放大带来的系统形变偏差。

无法完全补偿的根本局限

即使极致压低物质量、优化电子学，内层到碰撞点的径向距离 r_1 物理上无法缩小，讲义公式 $\sigma_{d0} \propto r_1$ 决定撞击参数误差下限；短寿命粒子仅几十微米飞行距离， r_1 增大会直接让主次顶点无法分离，重味物理分析完全失效，物理目标无法达成，系统层面本质不可行。

Q2 β 放射源时间分辨测试 PCB 设计 (DC-LGAD+AC-LGAD)

测试对象：1.5mm \times 1.5mm DC-LGAD（时间参考符合）、1cm/4cm 长四通道 AC-LGAD（pitch=150 μ m，电极宽 50 μ m），PCB 基板厚 0.7mm，Sr-90 β 源，目标测得器件本征极限时间分辨。

a) PCB 版图与机械 4~5 项核心设计原则

原则 1：差分微带 / 共面波导阻抗严格匹配 (50 Ω)

- 设计要求：信号走线全程控制 50 Ω 特征阻抗，AC-LGAD 四通道输出独立差分走线，参考地完整连续；打线焊盘到放大芯片走线长度统一、等长匹配。
- 对时间分辨影响：阻抗失配引发信号反射、振铃，前沿畸变，定时阈值漂移，人为加宽时间抖动，无法测得器件本征时间分辨；等长走线消除多通道时间偏移，保证多通道符合测量精度。

原则 2：极小寄生电容 / 电感，缩短打线长度

- 设计要求：传感器焊盘紧贴前置放大芯片，金线打线长度控制 < 500 μ m；焊盘尺寸最小化，去除无用大面积铜箔；信号与地平面间隙严格约束。
- 对时间分辨影响：LGAD 时间分辨由电荷收集速度与 RC 抖动主导，寄生 LC 会拖慢信号上升沿，增大定时抖动；长线引入额外噪声，劣化时间分辨率测量结果。

原则 3：完整连续接地屏蔽，分割模拟 / 数字地

- 设计要求：PCB 底层全覆盖实心地平面，模拟前端区域独立模拟地，数字接口区域数字地，单点星形接地；传感器上方增加薄铜屏蔽层隔绝空间电磁干扰。
- 对时间分辨影响：外部工频、数据线电磁噪声耦合进微弱 LGAD 信号，造成随机时间抖动；地平面不完整会产生地环路噪声，抬高噪声基底，掩盖器件真实时间性能。

原则 4：极低物质量、超薄结构， β 粒子无额外散射

- 设计要求：传感器摆放区域无厚铜、无多层堆叠，基板仅 0.7mm 薄 PCB；打线金线、焊盘选用低 Z 材料； β 放射源入射面镂空，无遮挡铜箔。
- 对时间分辨影响： β 电子穿过 PCB 金属 / 介质层发生多重散射，粒子能量损失、入射时间随机偏移，引入额外时间抖动，测量结果偏差，无法反映器件本身极限性能。

原则 5：热均匀稳定设计，控温抑制漏电流噪声

- 设计要求：放大芯片铺铜散热，预留 PT100 测温焊盘；传感器区域无高密度走线聚集发热；避免 PCB 局部温度梯度。
- 对时间分辨影响：LGAD 漏电流随温度上升指数增长，噪声增大，定时抖动显著恶化；温度漂移会造成通道间定时偏移，破坏符合测量精度。

b) 数据接口选型：侧卧型 MMCX 接口

可选接口对比：RJ45、扁平排线、MMCX、SMA

1. 选型：侧卧型 MMCX (高度 4mm)

2. 核心理由：

1. 射频性能最优：50 Ω 标准射频接口，阻抗连续无突变，适配 LGAD 超快脉冲信号，无信号反射，保证时间波形保真；RJ45、扁平排线为数字低速接口，高频脉冲畸变严重。
2. 结构低矮：侧卧型仅 4mm 高度， β 放射源垂直入射传感器，不会遮挡粒子通路；竖立 SMA 高度 7.5mm，阻挡 β 粒子入射路径，引入额外散射。
3. 多通道集成友好：四通道 AC-LGAD 可并排布置多颗 MMCX，通道间屏蔽隔离，串扰极低；适合多通道时间符合测量。
4. 机械稳定：锁紧结构，测试过程反复插拔不会出现接触阻抗漂移，避免长时间测试下定时抖动缓慢变化。

3. 排除其他接口原因：

- RJ45：以太网低速数字接口，高频脉冲严重失真，无法传输纳秒级快信号；
- 扁平排线：差分阻抗不可控，通道串扰大，电磁屏蔽差，噪声抖动大；
- 竖立 SMA：高度过高遮挡 β 源粒子入射，增加物质质量散射。

c) PCB 俯视图 + 剖面示意图标注说明

管需要加厚材料保证刚度，整体材料预算大幅上升。高散射直接破坏撞击参数分辨 σ_{d0} ，次级顶点重建失效，重味物理目标无法实现。

2. 空间分辨率随极角不均匀

球面径向半径随极角 θ 连续变化，讲义分辨率公式 $\sigma_{r\phi} = a \oplus \frac{b}{p_T \sin^{3/2} \theta}$ ，球面不同区域 r_1 （第一层半径）差异巨大：赤道区域半径大、散射项 b 暴涨；近束流管道两极区域曲率过陡，像素 / 微条几何畸变，位置分辨全探测器极不均匀，动量测量误差随角度剧烈波动。

3. 粒子轨迹拟合几何模型复杂，重建精度下降

磁场中粒子轨迹为平面圆弧，球面探测器层为曲面，每层命中点不在同一柱面，轨迹拟合几何模型引入大量高阶修正项；离线对准、几何数据库构建难度激增，曲面装配形变带来系统性残差，抵消本征位置分辨优势。

维度 2：磁场系统集成维度

1. 螺线管磁场与球面几何不匹配

对撞机通用磁场为圆柱形螺线管，轴向均匀磁场，最优适配圆柱形桶部探测器；球面结构两极区域远离磁场中心，磁场强度 B 显著衰减，由动量误差公式 $\sigma_{p_T}/p_T \propto 1/B$ ，两极动量测量误差大幅放大。若定制球形磁场，超导磁体设计、绕制、低温制冷成本提升数倍，工程上不具备可行性。

2. 洛伦兹力分布不均，结构形变失控

球面各区域磁场夹角不同，支撑结构承受非对称洛伦兹力，球面骨架各处应力差异巨大，微米级几何形变无法抑制；热膨胀 + 电磁应力耦合，离线对准修正难度指数上升，无法维持微米级几何稳定。

维度 3：整机系统工程集成维度

1. 模块化制造、装配、维护完全失效

讲义系统集成采用层级化设计：Module \rightarrow Stave/Ring \rightarrow Barrel/Endcap，平面长条模块可标准化批量加工、独立电学 / 热学测试；球面每一块曲面模块曲率均不相同，无通用标准化件，加工模具、测试工装成本极高；损坏模块无法单独替换，局部故障需要拆解整层球面。

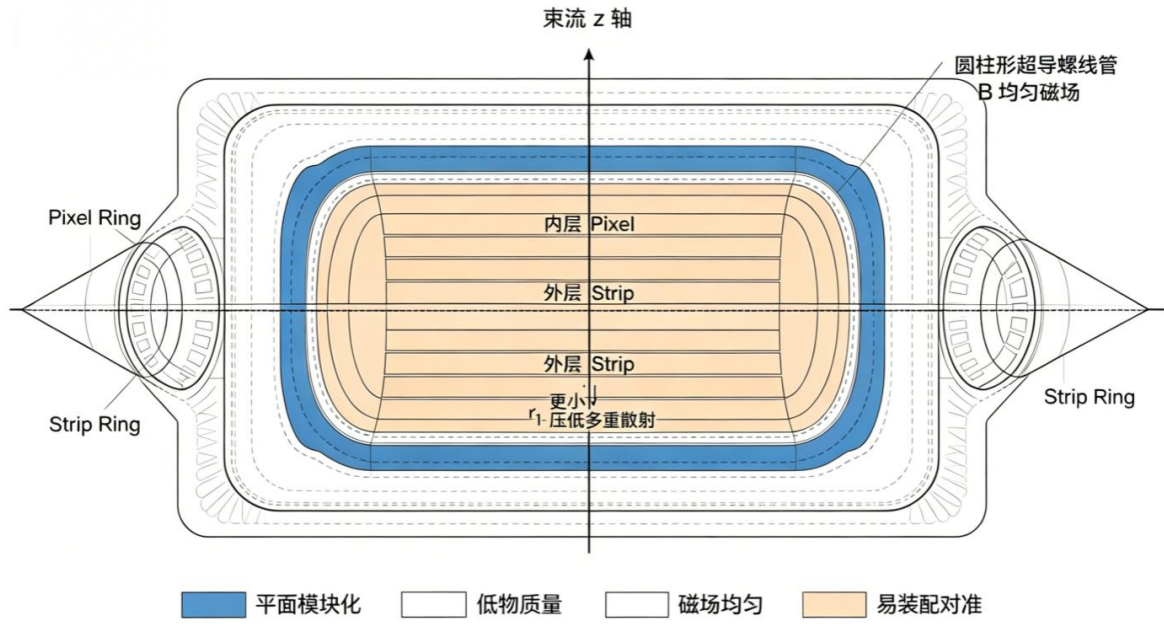
2. 冷却、服务管线布线极度困难

两相 CO_2 微通道冷却管路为直线 / 平缓圆弧最优，球面连续大曲率弯曲会造成冷媒流阻不均、换热效率下降；供电、高速数据 FPC 柔性线缆沿球面铺设会产生不可逆弯折损伤，线缆寄生电容增大，噪声上升。

3. 精密几何量测 (Metrology) 难度爆炸

大型球面数米尺度曲面，激光扫描、CMM 坐标测量无统一基准坐标系；重力下垂、装配应力带来非对称曲面形变，离线对准算法难以分离全局形变与局部模块误差，无法修正至微米级精度。

推荐最优拓扑：优化型圆柱 Barrel + 锥形 Endcap（替代垂直平板端盖）



相比球面洋葱皮的核心优势

1. 物理层面：桶部圆柱磁场均匀，动量误差各向同性；锥形端盖减小内层径向距离，提升次级顶点分辨；平面模块无弯曲加厚，严格控制低物质量，多重散射最小。
2. 磁场层面：完美匹配标准圆柱形超导螺线管，磁场利用率最大化，无需重新设计磁体，大幅降低造价与制冷负荷。
3. 系统集成层面：全部模块标准化量产，分层独立装配、测试、更换；冷却管路直线铺设，两相 CO₂ 换热稳定；几何量测基准统一，离线对准算法成熟可控，热 / 电磁形变对称易修正，完全契合讲义“系统折中、层级集成”设计思想。