

## 1. 基本概念

蒙特卡洛模拟是一种基于随机抽样的数值计算方法。在高能物理探测器实验中，具体流程是：

1. 根据已知的物理规律（宇宙线能谱、角分布、相互作用截面等）产生大量虚拟事例；
2. 用 GEANT4 等程序模拟这些粒子穿过探测器材料时发生的多次散射、电离能损、核相互作用、次级粒子产生等过程；
3. 模拟探测器的电子学响应与数字化过程，得到与真实数据格式完全一致的“模拟数据”。

## 2. 为什么我们需要蒙特卡洛模拟

真实测量得到的事例数  $N_{\text{meas}}$  并不等于宇宙线中实际存在的粒子数  $N_{\text{true}}$ ，两者之间存在如下关系：

$$N_{\text{meas}}(E) = \Phi(E) \times A(E) \times T \times \epsilon(E)$$

其中  $\Phi(E)$  为真实通量， $A(E)$  为探测器接受度， $T$  为观测时间， $\epsilon(E)$  为触发和重建效率。

其中的接受度  $A(E)$  与效率  $\epsilon(E)$  无法直接从数据本身反推出来，必须依靠“已知输入、观察输出”的蒙特卡洛模拟来标定。此外，蒙特卡洛还用于：

- **本底估计**：例如次级粒子（探测器材料中产生的 **backscatter**、核碎裂产物）混入信号事例，只能通过 MC 估计混入比例并加以扣除；
- **展开矩阵的构建**：MC 给出“真实值  $\rightarrow$  测量值”的映射关系，是后续能谱展开的基础。

## 3. 探测器接受度的物理意义与计算方法

**物理意义**：接受度描述的是探测器“能够接收到多少粒子”的有效孔径。它不是简单的几何面积，而是综合了：

- **几何接受度**：粒子轨迹必须穿过若干必要探测器平面，并落在其有效探测范围内；
- **效率**：穿过上述平面的粒子中，有多少真正被触发、重建，并通过所有判选条件。

**计算方法**：在一个包围探测器的发射面  $S_{\text{gen}}$  上，按各向同性（或预期角分布）在立体角  $\Omega_{\text{gen}}$  内产生大量粒子，进行完整的 GEANT4 模拟与探测器数字化，再对模拟事例施加与真实数据完全相同的重建算法和判选条件，统计通过判选的事例数  $N_{\text{pass}}$  与产生的总事例数  $N_{\text{gen}}$  之比：

$$A(E) = \frac{N_{\text{pass}}(E)}{N_{\text{gen}}(E)} \times S_{\text{gen}} \times \Omega_{\text{gen}}$$

由此得到的  $A(E)$  即为探测器作为能量（刚度）函数的有效接受度，用于将“测量到的计数”转换为“真实通量”：

$$\Phi(E) = \frac{N_{\text{meas}}(E)}{A(E) \times T}$$

### 1. TrTrack selection (V6 alignment + GBL track fitting algorithm)

这是径迹重建的基础，而非判选条件本身：

- **V6 alignment:** 校正探测器各层因机械形变、温度变化等导致的位置偏差，保证各层坐标系统的一致性；
- **GBL (General Broken Lines) 拟合算法:** 在做径迹拟合时同时考虑多次散射 (multiple scattering) 对轨迹的影响，从而给出更准确的刚度（动量）测量。

只有基于精确对齐和拟合算法得到的径迹，后续的刚度测量和判选才有意义。

### 2. InnerNHitY $\geq 5$ && L2&(L3|L4)&(L5|L6)&(L7|L8)

要求内部径迹探测器 (inner tracker) 在弯曲方向 (Y, 即磁场偏转方向) 至少有 5 层命中，并要求特定层的组合命中 (“或”逻辑)。

**物理动机:** 命中层数越多，径迹拟合越可靠，刚度测量误差越小；但由于探测器各层的探测效率并非 100%，若严格要求每一层都命中会大幅损失有效事例的统计量。因此采用“L3 或 L4”这类冗余组合，可以在保证径迹质量的同时兼顾探测效率。

### 3. L1XY / L9XY

要求最上层 (L1) 或最下层 (L9) 也有命中信息。

**物理动机:** L1 与 L9 距离内部主体 tracker 最远，多要求这两层的命中可以显著延长径迹的**杠杆臂 (lever arm)**，从而提高高刚度粒子的分辨本领，即最大可测刚度 (Maximum Detectable Rigidity, MDR)。此外，L1 命中信息还能帮助识别和剔除 **backscatter** 事例 (粒子从下方材料散射回来产生的假信号)。

### 4. InnerNormChisqY < 10

径迹拟合质量的卡方判选条件：

$$\chi_{\text{Inner,Y}}^2 / \text{ndf} < 10$$

**物理动机：**剔除拟合质量差的径迹，例如多个粒子的击中被错误关联成一条径迹（假径迹），或粒子在 tracker 内发生核相互作用/大角度散射导致轨迹偏离直线。

#### 5. L1InnerNormChisqY < 10 && L1InnerChisqY – InnerChisqY < 10

要求把 L1 的命中加入拟合后，拟合质量依然良好，且卡方增量不大：

$$\Delta\chi^2 = \chi_{L1Inner}^2 - \chi_{Inner}^2 < 10$$

**物理动机：**检验 L1 上的这个击中确实属于该条径迹，防止 L1 上偶然出现的、不相关的击中（例如其他粒子或  $\delta$  电子产生的信号）被误关联进径迹，同时也能进一步剔除 backscatter 事例。

#### 6. L1InnerL9NormChisqY < 10

要求 L1 到 L9 整条径迹的拟合一致性良好。

**物理动机：**主要用于剔除粒子在 tracker 内部发生核相互作用、导致轨迹“折断”的事例。这类事例如果不剔除，会使刚度测量完全错误。

#### 7. 电荷判选（Charge selection, $Z \geq 9$ ）

这部分依赖 tracker 与飞行时间探测器（TOF）在不同位置独立测出的电荷（ $q_{inn}, q_{l1}, q_{l9}, q_{utof}, q_{ltof}$ ），要求它们互相一致，例如：

$$\frac{|q_{l1x} - q_{l1y}|}{q_{l1x} + q_{l1y}} < 0.2$$

**物理动机：**单层电荷测量会受到 Landau 涨落（能损分布的长尾）影响，可能把电荷测偏；多探测器位置的联合判选可以有效压低这种统计涨落导致的误判。

#### 8. 主要需要修正的背景总结

综合以上判选条件，Event Selection 主要需要修正/剔除的背景包括：

1. **假径迹与多粒子混淆：**多个粒子的击中被错误关联成一条径迹；
2. **Backscatter 污染：**粒子从探测器下方材料散射回来产生的假信号；
3. **核相互作用导致的轨迹畸变：**粒子在 tracker 材料内发生核反应，使径迹发生“折断”；
4. **电荷误判与核碎裂污染：**重核在探测器材料中发生核反应改变电荷（如碳核碎裂为硼核），若混入某一电荷的信号中会污染谱形。

## 1. 问题的来源

由于探测器分辨率有限，测得的刚度  $R_{\text{meas}}$  实际上是真实刚度  $R_{\text{true}}$  经过某种“展宽”（smearing）后的结果。这种映射关系可以用响应矩阵（response / migration matrix） $M(R_{\text{meas}}|R_{\text{true}})$  描述：

$$N_{\text{meas}}(R_{\text{meas}}) = \int M(R_{\text{meas}}|R_{\text{true}}) N_{\text{true}}(R_{\text{true}}) dR_{\text{true}}$$

离散化后写作矩阵形式：

$$N_{\text{meas},i} = \sum_j M_{ij} N_{\text{true},j}$$

其中响应矩阵  $M_{ij}$  一般由蒙特卡洛模拟给出。

## 2. Spillover 效应

由于宇宙线能谱是陡峭下降的幂律谱：

$$\Phi(R) \propto R^{-\gamma}, \quad \gamma > 0$$

低刚度区间的粒子数远多于高刚度区间。因此，即使响应矩阵本身是对称展宽的，“从低刚度涨到高刚度区间”的事例数也会系统性地多于“从高刚度掉到低刚度”的事例数——这就是所谓的 **spillover 效应**，会使测量谱在高端被人为抬高，从而扭曲谱形。

## 3. Unfolding 的求解方法

Unfolding 的目标是利用响应矩阵，从测量谱  $N_{\text{meas},i}$  反解出真实谱  $N_{\text{true},j}$ ，即求解：

$$N_{\text{true},j} = (M^{-1})_{ji} N_{\text{meas},i}$$

由于矩阵  $M$  往往病态（ill-conditioned），直接求逆会将统计涨落大幅放大，因此常用以下方法进行正则化求解：

- **正则化矩阵求逆**：如 Tikhonov 正则化，在求逆时引入平滑性约束，抑制高频噪声的放大；
- **贝叶斯迭代展开（D’Agostini 方法）**：这是 AMS 等实验常用的方法，通过贝叶斯公式迭代更新先验分布：

$$\hat{N}_{\text{true},j}^{(n+1)} = \sum_i \frac{M_{ij} \hat{N}_{\text{true},j}^{(n)}}{\sum_k M_{ik} \hat{N}_{\text{true},k}^{(n)}} N_{\text{meas},i}$$

迭代若干次后即可收敛到对真实谱的估计；

- **前向折叠拟合 (forward-folding)**：预先假设一个谱形函数  $f(R; \vec{\theta})$ ，将其通过响应矩阵折叠后与测量谱进行拟合，避免展开过程本身引入的数值不稳定性：

$$\vec{\theta}^* = \operatorname{argmin}_{\vec{\theta}} \sum_i \frac{\left[ N_{\text{meas},i} - \sum_j M_{ij} f(R_j; \vec{\theta}) \right]^2}{\sigma_i^2}$$

三种方法各有优劣：矩阵求逆和贝叶斯迭代法不依赖谱形假设，但需要谨慎处理正则化参数；前向折叠拟合数值稳定，但结果依赖于所假设的谱形函数形式。