

Q1:位置分辨与动量误差的资源博弈。

a.高动量极限下相对动量误差的完整推导

1. 问题背景

在 HL-LHC 等未来高亮度对撞机实验中，硅微条桶部径迹探测器需要在极高粒子多重数下精确测量带电粒子的横动量 p_T 。物理学家提出一个明确的性能目标：在 $p_T = 100 \text{ GeV}/c$ 处，**相对动量测量误差 $\sigma(p_T)/p_T$ 必须缩小到现有水平的一半。**

为了实现这一目标，我们必须从最基本的径迹几何出发，导出动量误差与探测器设计参数之间的关系式，并理解背后的资源博弈——位置分辨（与硅微条 pitch 成正比）、磁场强度、探测器尺寸之间如何相互制约。

本文将从洛伦兹力开始，经坐标系转换、抛物线近似、矢高法提取曲率，最终得到定量公式，全程保持推导的连续性和细致性。

2. 均匀磁场中的动量关系

2.1 洛伦兹力与圆周运动

考虑带电荷 q 的粒子以横向速度 v_T 在均匀磁场 B 中运动，磁场方向沿束流方向（取为 z 轴）。洛伦兹力始终垂直于速度，大小

$$F = qv_TB$$

该力充当向心力，使粒子在横向平面内作匀速圆周运动。由牛顿第二定律：

$$qv_TB = \frac{\gamma m v_T^2}{R} = \frac{p_T v_T}{R}$$

其中 $p_T = \gamma m v_T$ 为相对论性横动量， R 为曲率半径。消去 v_T ，得

$$p_T = qBR$$

对质子、 π 介子等， $|q| = e$ （基本电荷， $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ），故

$$p_T = eBR \quad (\text{国际单位制})$$

2.2 单位换算为实用形式

高能物理中，动量常用单位 GeV/c ，磁场单位 T ，长度单位 m 。需将上述关系转换为：

$$p_T [\text{GeV}/c] = 0.3 \times B [\text{T}] \times R [\text{m}]$$

推导过程如下：

动量为 $1 \text{ GeV}/c$ 时，国际单位制数值为

$$1 \frac{\text{GeV}}{c} = \frac{1 \times 10^9 \text{ eV}}{2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}} \times 1.602176634 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \approx 5.344286 \times 10^{-19} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

设 p_T 以 GeV/c 计，数值为 P ，则

$$P \times 5.344286 \times 10^{-19} = eBR$$

代入 $e = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，得

$$P \times \frac{5.344286 \times 10^{-19}}{1.602176634 \times 10^{-19}} = BR$$
$$P \times 3.33564 \dots = BR$$

取其倒数，精确系数约为 0.299792458，高能物理中通常近似为 **0.3**：

$$p_T = 0.3 BR$$

即动量为 $100 \text{ GeV}/c$ 的粒子在 4 T 磁场中的曲率半径约为 $R \approx 83 \text{ m}$ ，在探测器尺度（米量级）下弯曲极为微小。

定义曲率

$$k = \frac{1}{R} = \frac{0.3 B}{p_T}$$

对上述取微分，因 B 为常数，可得相对误差传递关系：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{\sigma(k)}{k} = \frac{\sigma(k) p_T}{0.3 B}$$

由此可见，动量测量误差完全由曲率 k 的测量误差决定。接下来，我们需要将 $\sigma(k)$ 与探测器位置测量误差 σ 联系起来。

3. 均匀磁场的角色与性质

在进入几何推导前，先阐明均匀磁场存在的意义：

- 动量可视化**：带电粒子偏转为圆弧，测量半径即得动量；若磁场不均匀，径迹为复杂曲线，重建困难。
- 简化误差关系**：均匀磁场下， B 为常数， $\sigma(p_T)/p_T$ 与位置误差呈简洁线性关系。
- 电荷区分**：偏转方向给出电荷符号。
- 高 pile-up 下的模式识别**：所有径迹弯向可预测方向，便于关联击中点。

磁场来源：HL-LHC 实验采用大型超导螺线管（CMS：3.8 T，ATLAS 内层：2 T），方向沿束流 z 轴，在径迹探测区域高度均匀（波动 $<1\%$ ），可视为理想静磁场。

4. 从探测器几何到局部坐标系的建立

4.1 圆柱坐标与横向平面投影

硅微条桶部探测器由若干同心圆柱形探测层组成，半径分别为 r_1, r_2, \dots, r_N 。每层密布沿 z 方向的微条，用于测量粒子穿过的方位角 ϕ ，同时层半径 r_i 已知， z 坐标可由立体条或探测器长度分段给出。

完整击中点为 (r, ϕ, z) 。但轴向磁场下，弯曲只发生在垂直于 z 的平面内， z 方向为匀速直线，与动量测量无关。因此我们只关心径迹在**横向平面** (r - ϕ 平面) 的投影。

将柱坐标转换为全局笛卡尔坐标：

$$X_i = r_i \cos \phi_i, \quad Y_i = r_i \sin \phi_i$$

至此我们得到了一系列横向平面内的二维点 (X_i, Y_i) 。

4.2 高动量局部坐标：从圆到抛物线

在高动量极限下，径迹在探测器尺度内仅是一段极平缓的圆弧，全局圆拟合将遭遇严重困难（见第5节）。因此，通常先大致确定径迹走向，然后建立一个**局部坐标系**：

- x 轴：沿径迹近似方向，例如连接最内层和最外层击中点的直线方向。
- y 轴：垂直于 x 轴，指向径迹弯曲的横向。

将各点 (X_i, Y_i) 通过旋转转换到该坐标系：

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix}$$

其中 α 是主方向角。此时， x_i 表示沿径迹方向的投影距离， y_i 是偏离该直线的横向位移。

在局部坐标系下，因为曲率极小，径迹方程可对圆弧进行泰勒展开，精确到二阶：

$$y(x) = y_0 + \theta x + \frac{k}{2} x^2$$

式中：

- y_0 是截距（与入射位置有关），
- θ 是径迹在局部坐标系下的方向角（小量），
- $k = 1/R$ 为曲率，正是我们最终要提取的物理量。

探测器在不同 x_i 处提供位置测量值 y_i ，每个测量值携带独立误差 σ 。由于微条主要测量 ϕ ，该误差对应局部坐标下的横向位置误差。

5. 为什么不用圆拟合？——参数简并问题

在抛物线近似之前，很自然会问：为什么不直接用三个以上的点去拟合一个圆，得到圆心和半径？原因在于**高动量径迹导致的参数简并**。

一个圆在平面上的方程为

$$(X - X_c)^2 + (Y - Y_c)^2 = R^2$$

需要确定三个参数：圆心 (X_c, Y_c) 和半径 R 。对于高动量粒子， R 极大 (> 100 m)，而探测器内的弧段长度 L 只有米量级。这段圆弧极其接近于一条直线。

此时会出现如下现象：

- 将圆心沿垂直于弧段的方向移动一个较大距离，并同时按特定方式调整半径 R ，所得的新圆弧在探测器范围内与原弧几乎完全重合。
- 在测量误差 σ 的掩盖下，这两组参数在拟合残差上几乎没有差别。
- 数学上，这意味着 (X_c, Y_c, R) 三个参数之间存在强相关性，**协方差矩阵出现极大非对角元**，参数空间存在一个狭长的“谷底”，其中无数组合都能给出几乎同样好的拟合优度。
- 数值求解时，迭代过程难以收敛，解对数据的微小涨落极为敏感，即**拟合极不稳定**。

这种现象称为**参数简并**。曲率越小（动量越高），简并越严重。

解决简并的关键在于**重新参数化**：放弃全局圆参数，改用局部抛物线方程 $y = a + x + \frac{k}{2}x^2$ 。这里参数 a （位置）、（角度）和曲率 k 彼此正交性远优于圆心-半径组合，尤其是曲率 k 可通过对称点位的简单代数运算与 a ，完全解耦。这正是下节要介绍的**矢高法**。

6. 矢高 (Sagitta) 法提取曲率

6.1 三点对称布局与矢高定义

假设我们有三层探测器（或选取三个等间距的测量点），其局部坐标位置分别为：

$$x_1 = -\frac{L}{2}, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = \frac{L}{2}$$

其中 L 是两端点之间的总弦长。在探测器中，这可以通过选择三个已知半径的圆柱层来实现，它们在局部 x 轴上的投影被构造成等间距。

测得三个横向位置 y_1, y_2, y_3 ，每个测量相互独立，均带有标准差 σ 。

定义**矢高** s 为中间点相对于两端点连线的偏移：

$$s = y_2 - \frac{y_1 + y_3}{2}$$

其几何意义是：如果轨迹是一条直线，三点共线， $s = 0$ ；轨迹越弯曲， $|s|$ 越大。

6.2 从抛物线方程到 k 的表达式

将抛物线模型 $y(x) = y_0 + \theta x + \frac{k}{2}x^2$ 代入三个测量点：

$$y_1 = y_0 - \theta \frac{L}{2} + \frac{k}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 = y_0 - \frac{\theta L}{2} + \frac{kL^2}{8}$$

$$y_2 = y_0$$

$$y_3 = y_0 + \theta \frac{L}{2} + \frac{kL^2}{8}$$

计算矢高：

$$\begin{aligned} \frac{y_1 + y_3}{2} &= \frac{1}{2} \left[\left(y_0 - \frac{\theta L}{2} + \frac{kL^2}{8} \right) + \left(y_0 + \frac{\theta L}{2} + \frac{kL^2}{8} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(2y_0 + \frac{kL^2}{4} \right) = y_0 + \frac{kL^2}{8} \end{aligned}$$

因此

$$s = y_2 - \frac{y_1 + y_3}{2} = y_0 - \left(y_0 + \frac{kL^2}{8} \right) = -\frac{kL^2}{8}$$

取绝对值，得到我们所需的核心关系：

$$|k| = \frac{8|s|}{L^2}$$

此过程消去了与位置 y_0 和入射角 θ 相关的项，曲率 k 被单独提取出来，这正是矢高法避免参数简并的数学实现。

7. 误差传播：从位置误差到动量误差

7.1 矢高误差

已知测量值 y_1, y_2, y_3 相互独立，各自误差为 σ 。根据误差传播公式：

$$s = y_2 - \frac{1}{2}y_1 - \frac{1}{2}y_3$$

方差为

$$\sigma_s^2 = \sigma^2 + \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \sigma^2 + \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \sigma^2 = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{2} \sigma^2$$

故

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma$$

7.2 曲率误差

由 $|k| = \frac{8}{L^2}|s|$ ，可得

$$\sigma(k) = \frac{8}{L^2} \sigma_s = \frac{8}{L^2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma$$

7.3 相对动量误差

将 $\sigma(k)$ 代入第2.2节的传递关系：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{\sigma(k) p_T}{0.3 B}$$

得

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = \frac{8\sqrt{3/2}}{0.3} \cdot \frac{\sigma p_T}{BL^2} \approx 32.66 \frac{\sigma p_T}{BL^2}$$

若使用更精确的换算因子 0.2998，系数约为 32.7。这一表达式清楚给出了动量分辨率对位置误差、动量、磁场和径迹测量长度的依赖关系。

注：对于 N 个等间距测量点的一般情况，Gluckstern 推导的最优加权系数会使常数略小，但标度关系 $\sigma(p_T)/p_T \propto \sigma p_T/(BL^2)$ 不变。三点法已抓住物理本质。

8. 硅微条位置误差与 pitch 的关系

题目假设二值读出、电荷分享可忽略的探测模式。这意味着：

- 每一根硅微条独立输出“有信号”(1) 或“无信号”(0)，不提供模拟幅度信息。
- 粒子穿过传感器时，电离电荷完全被一根微条收集，相邻条无超过阈值的信号。

因此，我们只知道粒子击中了某根宽为 p (pitch) 的微条，但不知道在条内的精确位置。在没有其他信息的情况下，最合理的假设是击中点在条宽内均匀分布。

对于宽度为 p 的均匀分布，其概率密度函数为 $f(x) = 1/p, 0 \leq x \leq p$ 。其方差：

$$\text{Var}(x) = \int_0^p x^2 \frac{1}{p} dx - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{3} - \frac{p^2}{4} = \frac{p^2}{12}$$

故位置测量误差为

$$\sigma = \frac{p}{\sqrt{12}}$$

这即为 $\sigma \propto \text{pitch}$ 的定量依据。若采用模拟读出并利用电荷重心法内插，分辨率可优于此限，但二值读出简单、低功耗、数据量小，在 HL-LHC 外径迹探测器中有实际应用。

9. 资源博弈的最终形式

将 $\sigma = p/\sqrt{12}$ 代入动量误差公式：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \approx 32.66 \times \frac{p}{\sqrt{12}} \cdot \frac{p_T}{BL^2} \approx 9.43 \times \frac{p \cdot p_T}{BL^2}$$

略去常数，定性关系为

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \propto \frac{p \cdot p_T}{BL^2}$$

对于其他带点粒子，定义 $q = Ze$ ，则原式变为：

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \approx 32.66 \times \frac{p}{\sqrt{12}} \cdot \frac{p_T}{BL^2 Z} \approx 9.43 \times \frac{p \cdot p_T}{BL^2 Z}$$

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \propto \frac{p \cdot p_T}{BL^2 Z}$$

这条简洁的标度律，是连接物理需求与探测器工程设计的桥梁，也是后续详细优化（如多点布局、非二值读出、非均匀磁场修正）的基准。这意味着在同样磁场和探测器布局下，粒子电荷越大，相同 p_T 下曲率越大，相对误差越小；换言之，动量分辨率对高 Z 粒子更优。

b.三个独立的方案，使动量误差在高动量极限下缩小一半。

方案一：提高磁感应强度 B

改变的参数：磁感应强度 B 。

理由：在 p_T 固定且探测器布局（ L 与 σ ）不变的前提下，动量误差与 B 成反比。若将中心螺线管的磁感应强度从当前值提升为原来的两倍，例如 CMS 从 3.8 T 提升到 7.6 T，弯曲曲率成比例增大，sagitta 信号增强，曲率测量相对误差减半。这一途径的技术挑战在于建造更高场强的超导磁体，NbTi 合金已接近其临界电流密度极限，可能需要转向 Nb₃Sn 或高温超导材料，但磁体应力、失超保护以及庞大铁轭的重量与造价都将显著增加。

方案二：增大径迹测量长度 L

改变的参数：径迹在探测器中的有效测量长度 L 。

理由：动量误差与 L^2 成反比，因此将测量弦长 L 增大为原来的 $\sqrt{2}$ 倍（约 1.414 倍）即可使误差减半。这等效于扩大桶部径迹探测器的外半径——例如将最外层硅微条层的半径从当前设计值按比例放大 41.4%，使粒子在均匀磁场中经受更长的弯曲弧段，sagitta 按 L^2 增加，测量精度相应提升。此方案的工程代价是探测器体积显著膨胀，硅传感器面积、支撑结构、服务线缆以及低温磁体孔径随之增大，造价将以平方甚至更高倍数增长，同时占用宝贵的对撞点周围空间。

方案三：减小硅微条 pitch p （提升位置分辨率）

改变的参数：硅微条 pitch p ，因此改变位置测量误差 $\sigma = p/\sqrt{12}$ 。

理由：动量误差与位置误差 σ 成正比。在二值读出、电荷分享可忽略的近似下，将 pitch 减半即可使 σ 减半，进而使动量误差减半。例如把现有典型值 $90\ \mu\text{m}$ 的 pitch 缩减为 $45\ \mu\text{m}$ 。此方案直接影响前端 ASIC 的通道密度：条数增加一倍，读出的通道数成倍增长，功耗、散热以及数据带宽压力急剧上升；同时更细的条对电荷收集效率、电容和噪声提出更苛刻要求。尽管如此，它不改变探测器的整体尺寸和磁体系统，在 HL-LHC 升级中仍是通过先进微纳加工和低功耗电子学攻关的主要方向。

c. 致命的系统级代价

方案一：将磁感应强度 B 提高至原来的两倍

1. 超导磁体技术瓶颈突破代价极高

当前 CMS 螺线管已接近 NbTi 超导体的临界电流密度极限（3.8 T 附近）。要翻倍至 $\approx 7.6\ \text{T}$ ，必须采用 Nb₃Sn 或高温超导体。Nb₃Sn 脆性大、大型线圈绕制工艺复杂且失超保护困难；高温超导体成本极高，尚无法制造十余米量级的大型探测器磁体。强行上马将导致研发周期与造价指数式飙升，可能使整个实验延期或预算崩溃。

2. 机械应力与磁体结构剧增

磁感应强度增大一倍，线圈承受的洛伦兹力 ($\propto B^2$) 变为原来的四倍。必须大幅加强线圈支撑、低温恒温器和外部铁轭的机械结构，磁体质量成倍增加。例如 CMS 的铁轭（约 12000 吨）将变得更为庞大，可能超出实验大厅地基承重极限，并挤占用于缪子谱仪和屏蔽系统的关键空间。

3. 对整个探测器系统的寄生影响

更强的磁场会改变桶部内低能本底的螺旋运动半径，可能急剧增加硅径迹探测器低横动量击中点的占用率 (occupancy)，恶化模式识别环境。量能器端的光电倍增管、硅光电倍增管及前端电子学需要额外厚重的磁屏蔽，否则增益漂移和噪声会严重劣化能量测量精度。缪子谱仪中返回磁通更强，导致缪子径迹偏转更大，现有触发和重建算法可能完全失效，需要重新设计整套缪子系统。

方案二：将测量长度 L 扩大至原来的 $\sqrt{2}$ 倍（外半径增大约 41%）

1. 探测器体积与质量至少翻倍

桶部半径增大 41%，硅微条覆盖面积变为原来的约两倍。硅传感器、支撑结构、冷却管道、光缆、电源线等质量近乎翻倍，安装和运输难度剧增。更大的体积还需要更庞大的低温与通风系统，不仅推高造价，还可能超出对撞点实验洞穴的可用空间，迫使加速器隧道布局重大调整。

2. 磁体孔径与储能量激增

为在扩大的径迹体积内保持均匀磁场，超导螺线管的室温孔径必须相应放大 41%。磁体储能量与孔径平方和磁场平方的乘积成正比，即使磁场 B 不变，储能量也会增加约一倍，导致线圈用超导线材量剧增，磁体成本成倍上涨；同时失超保护所需的能量泄放系统将变得更加庞大和危险。

3. 多次散射与占用率恶化

径迹长度增加意味着粒子穿过更多探测器物质（即使硅层本身薄，额外的支撑和服务结构会引入更多材料）。多次库仑散射对高动量径迹矢高拟合的污染加重，动量分辨率改善可能低于预期。此外，长径迹需要关联更多层的击中点，在高堆叠（pile-up ~ 200 ）环境下，组合复杂度爆炸，触发和重建算法的运算时间可能达到难以实时处理的水平，需要投入海量计算资源。

方案三：将硅微条 pitch p 减半

1. 通道数四倍暴增引发功耗与散热危机

pitch 减半，每个模块的读出通道数变为原来的四倍（二维面积上）。每个通道都需要独立的放大器、成形器、甄别器与数据缓冲器，功耗密度至少增加四倍。在当前 HL-LHC 探测器已逼近 CO_2 蒸发冷却的散热极限（约 $0.1\text{--}0.2\text{ W/cm}^2$ ）的情况下，进一步增加功耗将导致传感器温度升高，热噪声上升，反而不利于分辨率的提高，甚至引发热失控，严重威胁探测器的安全运行。

2. 数据通量击穿触发与获取系统

通道数增四倍，每次对撞产生的原始数据量同比例膨胀。HL-LHC 的触发系统已经需要将数 TB/s 的数据实时压缩至数十 GB/s，若数据量再翻两番，现有光纤链路和触发电子学带宽将无法承受。可能需要被迫提高触发阈值、引入有损压缩或增大触发延时，这些都会直接损害物理信号的记录效率，乃至丢失有意义的稀有物理事例。

3. 传感器噪声与电容恶化

微条宽度减半，条间电容和与背板的耦合电容显著增加，感应信号的幅度下降，而噪声随电容增大而上升，信噪比急剧退化。为补偿信噪比，可能需要更厚的传感器以增大信号（但会增加耗尽电压和功耗），或采用更先进的低噪声工艺（但成本与开发风险极高）。若信噪比不达标，二值读出下误码率将暴增，实际位置分辨率远差于理论 $p/\sqrt{12}$ ，动量误差减半的目标会落空。

4. 长期抗辐射能力下降

更细的微条对表面辐射损伤（如氧化层电荷累积导致的条间漏电流）和体损伤（体缺陷增加全耗尽电压）更为敏感。在 HL-LHC 等效中子通量达 $10^{16} n_{\text{eq}}/\text{cm}^2$ 的环境中，细条传感器的信号衰减和噪声增长速度将明显快于粗条设计，探测器有效寿命可能缩短至无法覆盖升级后的运行周期，需要频繁更换内部组件，这在辐照环境下几乎无法实现。

d. 最不推荐的方案

最不推荐的方案：方案二（增大测量长度 L ，即扩大桶部外半径约 41%）

明确选择：方案二为“最不推荐”方案。

理由：

在 HL-LHC 或 CEPC 这类已基本确定对撞点布局与实验大厅尺寸的大型实验中，探测器整体半径受制于磁体室温孔径、对撞点周边空间以及加速器束流管线，具有硬性上限。方案二要求

将桶部最外层半径扩大 41%，这并不是一个孤立的局部改动，而是会连锁导致超导螺线管孔径、量能器内径、缪子谱仪布局以及整个实验洞穴的几何关系全部必须重新设计。其影响跨越探测器、磁体、基础设施三个层面，属于**颠覆性架构变更**，在工程时间线、预算约束和物理目标权衡上几乎不具备任何可行性，因此是最不推荐的方向。

相比之下：

- 方案一（提升 B ）虽触及超导磁体技术极限，但在未来超强磁体研发路径中尚可讨论，且对探测器本身体积影响较小；
- 方案三（减半 pitch）是当前 HL-LHC 升级的主流技术路线，尽管有功耗、散热等严重挑战，但可以通过先进微电子和冷却技术系统性地寻求缓解，并未颠覆探测器总体布局。

如果坚持方案二，如何修改系统其他部分来尽量补偿副作用？

若强行推行扩大 L （外半径增大约 41%），必须从以下几个方向进行系统级补偿：

1. ASIC 与前端电子学架构

半径增大导致径迹测量长度变长，硅微条模块面积翻倍，通道数随面积同比增加。为控制功耗密度，必须采用更先进的 CMOS 工艺（如 28 nm 或更小节点）设计前端芯片，大幅降低单通道功耗（目标 $< 50 \text{ mW/cm}^2$ ）。同时引入**串行供电**（serial powering）和**数据压缩+特征提取**的片上智能触发，以减少服务线缆和数据带宽压力。

2. 冷却系统

探测面积和功耗增加对散热提出更高要求。需从现有 CO_2 两相蒸发冷却转向更高效的**微通道液冷**（如硅基微通道直接刻蚀在模块基板上），并结合低温氮气辅助散热，以控制传感器结温。但这会导致模块集成难度和检漏风险急剧增加。

3. 材料选择与服务线路

半径增大意味着支撑结构物质进一步增多，恶化多次散射。必须极端轻量化支撑，采用碳纤维泡沫芯复合材料，并尽可能将服务线路（电源、光缆）布局在径迹体积外的端盖区域，而非穿过桶部层。还需减少电缆中铜含量以降低物质量，但这会增大压降，需在前端实现电压稳压或采用高压传输+片上降压的分布式供电架构。

4. 磁体系统

为保证扩大后的径迹体积内有均匀磁场，螺线管室温孔径必须相应增大，导致储能量成倍增长。若无法突破磁体孔径上限，可考虑**分裂式或缺口磁体**设计，但均匀性难以保证，需引入复杂的校正绕组和后期磁场反演标定。即便如此，磁体造价仍会剧增。

5. 触发与数据获取

径迹变长使每条径迹跨越多层，模式识别组合复杂度增加。需要在硬件触发中嵌入基于关联矩阵的预处理，或采用新型机器学习加速器（如 FPGA 上的图神经网络）实时筛选，以减少数据通量。

为什么该方案在系统上最终仍不可行？

即便采取上述补偿，方案二仍存在**两个无法逾越的硬性边界**，使其在 HL-LHC/CEPC 框架下系统不可行：

1. 实验洞穴的空间硬边界

HL-LHC 的 ATLAS 和 CMS 实验洞穴尺寸已在初始建设时确定，扩大探测器外半径 41% 会直接与现有洞穴墙壁、屏蔽设施和束流管道位置冲突。重新开凿扩大的实验洞穴将耗费数年，且会严重影响对撞机运行计划，这在政治和经济上几乎无法通过审批。对于 CEPC，虽为新建设计，但扩大半径同样直接推高加速器隧道与实验大厅的土建费用至无法承受的程度。

2. 多次散射抵消动量分辨增益

探测器半径增大虽按公式提升分辨率，但实际径迹穿过更长的路径，会遭遇更多的服务材料和支撑结构。在 HL-LHC 的极端辐射环境下，必须增加冷却与屏蔽，物质量将非等比增长。多次库仑散射引入的横向位移随路径长度以 $L^{3/2}$ 形式恶化矢高测量，最终可能使公式 $\sigma(p_T)/p_T \propto 1/L^2$ 的收益被散射项大幅吞噬，实际分辨率提升远达不到预期的一半，使该方案失去物理意义。

综上，方案二不仅代价最高，而且触及基础设施和物理基础的刚性约束，即使投入巨量资源补偿，也无法从根本上突破空间和物质量的墙，因此是最不推荐的方案。

Q2:β 放射源时间分辨测试的 PCB 设计

a.5项关键原则

在利用 β 放射源（如 ^{90}Sr ）评估微条型四通道 AC-LGAD 器件时间分辨率的测试中，PCB 版图与机械结构设计需严格遵循以下关键原则，以保证能测量到接近物理极限的时间分辨率。

1. 射频阻抗控制与信号路径高度对称

原则：

所有高频信号走线（从传感器焊盘到前置放大器或 SMA 连接器）必须设计为**特性阻抗受控的传输线**（通常 $50\ \Omega$ ），且四个通道的走线长度、过孔数目、拐角角度严格等长、等延迟。差分信号若采用则需紧耦合差分对布线，单端信号需保证完整接地平面紧邻信号层。

对时间分辨率的影响：

AC-LGAD 的输出信号上升时间在几十皮秒量级，属于 RF 频段。阻抗失配会引起反射，使波形失真，前沿定时点发生抖动，直接增加时间游移（time walk）和前沿时间晃动（leading-edge jitter）。通道间延迟失配将破坏基于两通道信号时间差的符合测量，无法通过后处理完全校正。对称设计确保各个通道的信号以相同延迟和保真度到达读出电子学，消除系统性时间偏差。

2. 最小化输入回路寄生电感和电容

原则：

传感器焊盘与前端放大器输入引脚之间的走线必须尽量短 ($\ll \lambda/4$)，并采用**接地共面波导 (GCPW) 或微带线**结构。传感器下方 PCB 不得有无关的覆铜或大块接地面，避免形成过大的寄生电容。线宽与介质厚度需优化以匹配阻抗。绑定线 (wire bond) 或倒装焊点的长度应压缩至亚毫米级。

对时间分辨率的影响：

寄生电感 L_{par} 与传感器电容 C_{det} 形成 LC 谐振回路，谐振频率 $f_{\text{res}} = 1/(2\pi\sqrt{L_{\text{par}}C_{\text{det}}})$ 若低于信号带宽将滤除高频分量，展宽上升沿。上升时间恶化直接导致前沿噪声抖动 $\sigma_t \propto t_r/\sqrt{\text{SNR}}$ 增加。寄生电容额外衰减信号幅度，进一步降低信噪比。只有将寄生参数压至亚 nH 和 pF 量级，才能保留传感器本征的数十皮秒上升时间。

3. 连续无分割的低阻抗参考地平面

原则：

信号层紧贴的相邻层必须为**完整、连续、无开槽**的接地面。不得在信号走线下方穿越电源走线或长槽。所有接地焊盘通过密集过孔阵直接连接到该平面，形成极低电感的地回路。

对时间分辨率的影响：

高频信号需要紧邻的返回路径来维持传输线的特性阻抗并限制电磁串扰。地平面上的任何缝隙或分割都会迫使返回电流绕行，引入额外感抗，造成信号畸变和过冲。在时间测量中，这等效于有效上升时间变长、过零点不稳定，最终导致时间分辨率的显著劣化。完整的接地平面是保证信号完整性、降低通道间串扰的物理基础。

4. 机械结构对称性与可重复性贴合设计

原则：

PCB 测试板在垂直 β 源照射的机械结构上，必须保证传感器平面、放射源准直孔、触发参考探测器 (DC-LGAD) 三者之间的几何关系高度对称且可重复。关键设计包括：

- 精密机械定位销孔或边缘导槽，使传感器芯片相对于放射源准直孔的位置精度在 $< 100 \mu\text{m}$ ；
- PCB 板厚 0.7mm 需均匀，安装时避免翘曲，必要时增加加强筋；
- 放射源端增加可替换的钨或铜准直狭缝，确保 β 粒子击中区域固定且可调。

对时间分辨率的影响：

AC-LGAD 的时间分辨率本质上是位置依赖的——信号幅度和上升沿会随入射点相对于收集电极的位置而变化，尤其微条型器件，在电极边缘场区变化剧烈。机械结构的不对称或每次安装偏移会导致击中点偏离设计区域，引入额外的幅度-时间游走效应。可重复的定位保证在所有测试批次中比较相同位置的时敏性能，从而探明物理极限而非几何偶然性。对称设计也有利于平衡触发与待测器件之间的系统时间延迟。

5. 电源完整性 (PDN) 与噪声隔离

原则：

为偏置电路和前置放大器供电的电源网络必须进行**电源完整性设计**：紧邻电源层使用接地面形成平面电容；在低频和高频范围内分别通过大电容和小尺寸 RF 电容去耦；传感器偏置高压走线需加宽、远离信号线，并通过 RC 滤波网络接入，抑制纹波与来自开关电源的噪声。

对时间分辨率的影响：

时间测量的本质是对信号越过阈值时刻的精确判定。电源轨上的任何高频纹波或偏置电压的涨落都会直接调制鉴别阈值或放大器的延迟，表现为额外的时间晃动。偏置高压的噪声将转化为传感器增益的涨落，改变信号幅度，进而经时间游移机制恶化时间分辨率。因此，只有“安静”且低阻抗的电源网络，才能保证前端电子学工作在固有噪声极限附近，使测量结果反映传感器自身的物理极限。

b. 数据接口和数据线类型的选择

选择的接口类型：侧卧型 MMCX 连接器。

选择理由

本测试板用于评估 AC-LGAD 微条传感器的物理极限时间分辨率，其输出信号上升时间在数十皮秒量级，带宽可达数 GHz。为保证信号从传感器焊盘到读出电子学（如宽带放大器或示波器）之间不失真、不引入额外时间晃动，信号传输线必须具备**恒定特性阻抗 (50 Ω)、低插入损耗、低反射和优异的屏蔽性能**。因此，只有**射频同轴连接器**能够满足要求，而扁平排线（第三组）和 RJ45 以太网接口（第四组）均为非恒定阻抗结构，串扰严重且带宽远低于所需，会彻底破坏信号边沿，直接使时间分辨率恶化，故首先排除。

在射频同轴连接器中，存在 SMA 与 MMCX 两个候选。MMCX 被选中的原因如下：

1. 微型尺寸与高密度通道适配

测试板需引出四通道信号，同时可能还有 DC-LGAD 参考信号、偏置、电源等，总面积有限。MMCX 连接器外径仅约 3.8 mm，侧卧型安装高度仅 1.5 mm，远小于 SMA 侧卧型的 ~4 mm 高度和更大的径向尺寸。在 0.7 mm 厚 PCB 边缘安装侧卧 MMCX，几乎不占用板上有效面积，便于四通道并排布局，且极低的高度避免机械干涉，有利于放射源准直器和传感器紧密贴合。

2. 优秀的高频性能

MMCX 设计工作频率通常达 6 GHz，优质型号可达 18 GHz，完全覆盖 AC-LGAD 信号的带宽需求。其内部采用卡扣式自锁结构，提供恒定的 50 Ω 特性阻抗和极低的反射系数，确保宽带信号保真传输。相比之下，SMA 虽高频性能略优，但体积和重量过大，四通道 SMA 会显著增加 PCB 尺寸和机械载荷。

3. 便于快速可靠的测试连接

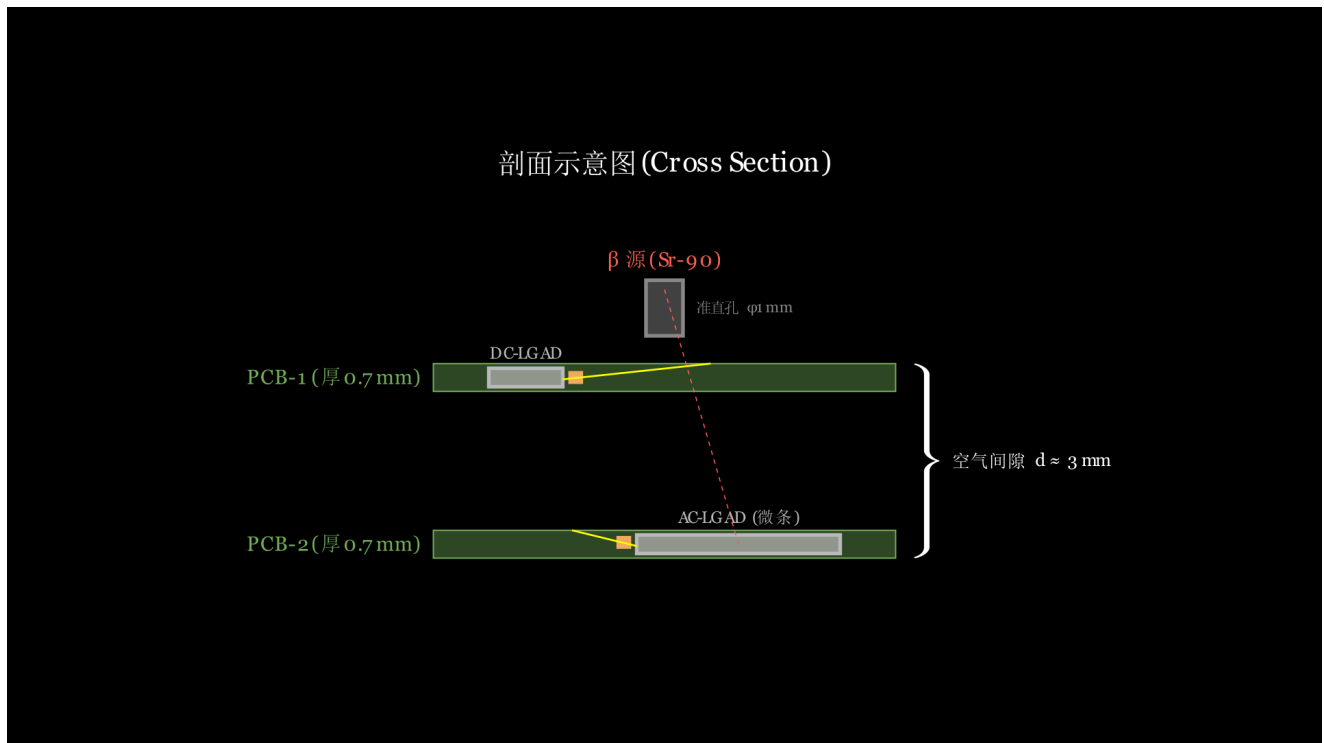
MMCX 采用推入卡锁机制，连接迅速且可靠，适合实验室频繁更换测试通道和校准件。侧卧型 (edge-launch) 焊接方式使连接器与 PCB 边缘的微带线或共面波导结构平滑过渡，最小化寄生电感和阻抗突变，这对维持快上升沿至关重要。

4. 机械稳定性和极小寄生参数

侧卧 MMCX 外壳直接焊接到 PCB 接地面，形成低电感接地回路，有利于维持信号完整性。其 1.5 mm 的高度极薄，在测试板平放或竖立时均不会引入过大力臂，避免因线缆牵引导致焊点开裂或 PCB 形变，这对于精密时间测量系统的长期稳定性尤其重要。

综上，侧卧型 MMCX 连接器在信号完整性、空间效率、机械兼容性和测试便利性之间取得最佳平衡，是本板设计的最优选择。

c.PCB 的俯视图和剖面示意图



Q3: 拓扑结构的选择: 为何不建一个“球”?

立场: 明确反对“多层球面洋葱皮”结构

理由基于物理需求、磁场集成与工程现实三个维度的综合分析如下。

一、物理维度: 径迹测量与动量分辨的固有矛盾

1. 均匀轴向磁场下的径迹弯曲要求

在类似 HL-LHC 的强子对撞机中，动量测量依赖于带电粒子在均匀轴向磁场中的横向弯曲。采用螺线管磁体时，磁场 B 平行于束流方向 (z 轴)。径迹的曲率半径直接给出横动量 p_T ，而纵向动量分量不产生弯曲，无法直接测量。

- 球面拓扑下，探测器层是同心球壳。对于大赝快度 (η) 的前向粒子，径迹穿过球壳时与磁场方向的夹角显著偏离 90° 。横向弯曲不再完全处于 $r-\phi$ 平面，径迹变为复杂三维螺旋线，曲率与 p_T 的关系失去简单比例。动量重建不再具有解析简洁性，且误差会强烈依赖于极角，使高 η 区域的动量分辨率严重退化。

2. 位置灵敏探测器的读出分割难题

当前硅微条或像素传感器沿圆柱面或平面分割，读出通道按 z 和 ϕ 规则排列，便于触发逻辑和径迹重建。球面传感器要求像素或微条在曲面上**非均匀划分**：如果维持等立体角覆盖，单元尺寸会随极角剧烈变化，导致位置分辨率极不均匀；若维持均匀物理尺寸，则边缘处传感器张力、互联和散热都面临巨大挑战。更重要的是，球面上不存在全局规则的周期性格点，无法沿用成熟的阶梯状或螺旋线状布线方案，极大增加前端电子学集成的复杂度。

3. 动量测量标度律的破坏

在高动量极限下，相对动量误差满足

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} \propto \frac{\sigma p_T}{BL^2}$$

其中 L 是径迹在横向平面内的有效测量弧长。球面结构中，对于前向径迹，有效力臂 L 不再单纯由桶部半径和层数决定，而是随 η 剧烈变化。接近束流管的方向，径迹几乎沿 z 轴穿出，横向弯曲极小，测量长度极短，动量分辨率将灾难性下降。若要弥补，必须大幅度增加球壳层数或半径，导致探测器体积爆炸。

二、磁场与磁体集成维度

1. 与螺线管磁场的兼容性

现有强子对撞机探测器（ATLAS、CMS）的核心磁场均由**大型超导螺线管**提供，其产生的是以束流轴为中心的**轴对称均匀轴向场**。该磁场天然适配圆柱形桶部+垂直端盖的拓扑，因为在所有 η 区域，径迹的横向分量均与磁场正交，弯曲发生在 $r-\phi$ 平面。

如果换成球面壳层，为了在球壳内各处都保持磁场与粒子轨迹的理想夹角，磁场必须也设计成**径向或球对称**结构。这无法用螺线管实现，通常需要复杂的环形或球形磁体系统，其工程可行性和均匀性远低于螺线管，且目前全球尚无用于大型对撞机探测器的球对称超导磁体方案。

2. 磁体开孔与结构完整性

圆柱形螺线管允许两端开放，用于束流管、前端电子学、服务线缆进出，磁体本身通过铁轭形成返回磁路，结构完整。球面拓扑要求磁体也必须呈球壳状包围整个探测器，若仍保留束流管道穿过，则必须在球壳上开两个对穿孔，这会严重破坏磁场均匀性，引入巨大杂散场，需要极大增加线圈安匝数以补偿，导致超导导线用量和冷质量呈指数上升。

3. 与已有磁体技术的继承性

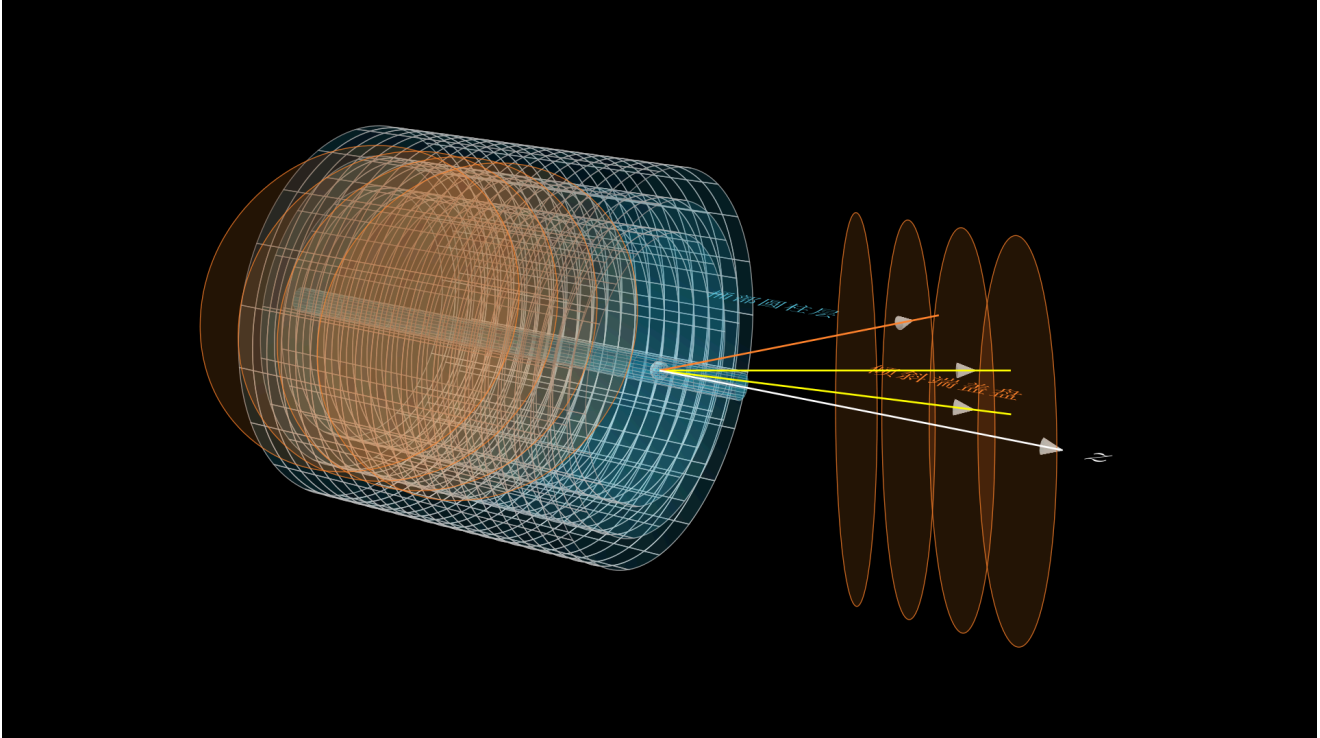
HL-LHC 探测器升级的一个核心原则是尽量复用现有超导磁体和低温基础设施。CMS 和 ATLAS 的巨大投资（每个磁体造价数亿瑞士法郎）和技术积累完全围绕圆柱螺线管。采用球面结构等于完全抛弃这些遗产，需要从零开始研发球面超导磁体，其技术风险、成本和周期在任何实际时间框架下都不具备可行性。

三、更合理的拓扑结构：圆柱桶部 + 前向倾斜端盖 (Tilted Endcap)

描述

保持中心桶部为多层同心圆柱面（硅微条或像素），在两端的前向区域采用**非垂直的倾斜端盖盘**，即盘面法线方向不平行于束流，而是与束流成一定角度（例如 $30^\circ\text{--}45^\circ$ ），使得盘面上的传感器近似正交于从对撞点发出的高 η 粒子。这种结构有时称为“前向倾斜盘”（forward tilted disks）或“菠萝片”（pineapple slices）式布局，如 CMS HGCal 和 ATLAS ITk 端盖已部分采用倾斜模块。

简易示意图：



- 中心横线为束流管 z 轴，对撞点位于中心星号。
- 中间平行于 z 的线条表示多层桶部圆柱面。
- 两侧的斜线表示多层倾斜端盖盘，盘面法线指向对撞点附近，使高 η 粒子以近垂直角度入射传感器。

为何该拓扑优于球面

1. 物理性能连续且可控

桶部保持经典圆柱几何，确保中心快度区 ($|\eta| \lesssim 1.5$) 的最优动量分辨率不变。倾斜端盖使得前向区 ($1.5 \lesssim |\eta| \lesssim 4.0$) 的粒子依然近似垂直穿过传感层，最大化径迹测量长度 L ，并将多次散射降至最小。通过调节盘面倾斜角和层间距，可以平滑过渡 $\sigma(p_T)/p_T$ 随 η 的演变，避免球面结构在过渡区的突变。

2. 完美兼容现有轴向磁场

整个系统仍处于同一个轴向均匀磁场中。粒子的横向弯曲在桶部和端盖区都发生在 $r\text{-}\phi$ 平面，曲率与 p_T 的关系全局一致，重建算法可沿用成熟的卡尔曼滤波框架，仅需轻微修正。倾斜盘产生的 z 坐标测量精度也可以通过小角度立体条或像素的二维读出自然获得。

3. 工程可行性与模块化继承

桶部和端盖均可采用**平面或微弯曲的硅传感器模块**，通过阶梯状或螺旋状排列拼成所需几何。这完全兼容现有硅微条和像素的批量生产与自动化组装。倾斜盘作为独立单元，可先在地面组装、测试和校准，再整体吊装入桶部磁体孔径内，维护升级相对便捷。服务线路

(光纤、电源、冷却管道)可沿盘面径向引出至端盖法兰,不会穿过桶部有源区,物质量可控。

4. 磁体不变,成本风险极低

此拓扑完全不必改动现有超导螺线管磁体及其铁轭。所有升级集中在探测器内部,可以实现分阶段安装和调试,与 HL-LHC 的长停机规划完美契合。相比之下,球面方案必须替换或彻底改造磁体,经济上不可承受。

综上,球面拓扑虽在几何对称性上诱人,但与强子对撞机的轴向磁场和实际工程约束根本冲突。圆柱桶部+倾斜端盖的布局在物理性能、磁体兼容性和工程现实性三方面取得最佳平衡,是经过验证且正在被下一代探测器(如 Phase-2 ATLAS/CMS)采纳的明智选择。