

1 蒙特卡洛模拟与探测器接受度

1.1 蒙特卡洛模拟的定义与必要性

蒙特卡洛模拟是一种通过随机抽样和概率统计近似求解复杂问题的数值计算方法。在核与粒子物理实验中，它通过构造虚拟事例来连接理论预期与实验测量。

物理过程模拟包含三个层次：首先由物理产生器根据理论模型生成碰撞产物（如碎裂核碎片），其次利用探测器几何模型模拟粒子与物质的相互作用（电离、多次散射等），最后将模拟信号经与实际数据完全相同的重建算法处理，得到与真实数据格式一致的“模拟数据”。

蒙特卡洛模拟的必要性体现在三个方面：

1. 探测器响应建模——通过比较模拟中已知真值与被重建的值，可以获得探测效率和动量（刚度）分辨率。
2. 接受度计算——只有模拟可以确定探测器对特定物理过程的几何覆盖与效率。
3. 本底估计——可单独模拟各类背景过程，研究其谱形和事例特征，进而从实测数据中扣除。

1.2 探测器接受度的物理意义

探测器接受度（Acceptance）是探测器对某一特定物理事例的“几何覆盖+重建效率”的综合度量。它定义为：一个特定事例被成功记录、重建并通过全部筛选的概率。

具体表示为：

$$A = \frac{N_{\text{重建并通过筛选}}}{N_{\text{产生}}}$$

其中 $N_{\text{产生}}$ 为在模拟中产生的某类粒子的总数， $N_{\text{重建并通过筛选}}$ 为这些粒子中满足所有径迹质量、几何条件、电荷选择等要求后被计入的事例数。接受度反映了探测器固有几何限制与软硬件效率的共同效应，是计算物理截面或通量时必不可少的一环。

1.3 几何接受度的计算

对于从上方入射的粒子，产生平面的几何接受度计算如下。设产生平面面积为 S ，法向沿 z 轴。宇宙线各向同性分布，其方向分布在天球上均匀。粒子从上方穿过该平面的条件是其速度方向指向下方（即与平面法向夹角 $\theta < 90^\circ$ ）。几何接受度 A_{plane} 定义为面积与有效立体角的乘积：

$$A_{\text{plane}} = \int_S dA \int_{\text{下半球}} \cos \theta d\Omega$$

其中 $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ ， $\cos \theta$ 因子来自平面投影。对下半球积分：

$$\int_{\text{下半球}} \cos \theta d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin 2\theta d\theta = \pi$$

因此：

$$A_{\text{plane}} = S \times \pi = \pi S$$

1.4 接受度的计算方法

1. 使用蒙特卡洛产生器生成大量各项同性分布的目标粒子（如硼核、碳核），记录总事例数 N_{gen} 。
2. 将这些粒子投入基于探测器真实结构建立的 GEANT4 等软件框架中，模拟其与物质的相互作用直至沉积能量或逃逸。

3. 对模拟数据采用与真实数据完全相同的触发、径迹重建（如 V6 alignment+GBL 算法）和事例筛选条件（如 InnerNHitY \geq 5、各层击中逻辑、电荷筛选等），统计成功通过的事例数 $N_{\text{rec, sel}}$ 。
4. 接受度 $A = N_{\text{rec, sel}}/N_{\text{gen}}$ 。该值可按粒子种类、动量或刚度区间分区间计算，用于后续通量修正。

2 事例筛选条件与背景分析

2.1 筛选条件的原因

本次分析中给出的筛选条件（Event Selection）旨在构建一个高纯度的单核子样本，同时尽可能压制由于探测器物质效应引入的本底。以下按功能分组解析。

2.1.1 径迹重建质量保证

- InnerNHitY \geq 5
要求粒子在内径迹室灵敏区至少留下 5 个命中点。螺旋线径迹拟合至少需要 3 个点，但低于 5 个点时易受噪声和散射影响，导致动量与电荷测量偏差巨大。5 个命中点提供了足够的冗余以确保重建稳定性。
- InnerNormChisqY $<$ 10
归一化卡方值限制拟合优度。高卡方值通常来源于：多次散射导致径迹偏离螺旋线、错误拼接来自不同粒子的命中点形成的“假径迹”。阈值 10 较为严格，能有效排除上述不良事例。

2.1.2 几何接受度定义

- 层逻辑条件 L2 & (L3|L4) & (L5|L6) & (L7|L8)
强制粒子必须穿过特定探测器层组合。逻辑“与”确保粒子沿飞行路径逐层探测，排除了从侧面漏出或中途停止的事例。“或”条件则容忍了单层内的局部死区，避免有效粒子被误剔除，保持高接受度。附加条件如

L1XY、L9XY 确保粒子在探测器外围也有击中，为独立电荷测量提供信息。

2.1.3 粒子身份鉴别与电荷一致性验证

这是压制背景（尤其是电荷交换和核碎裂）的核心。

- 内层基准电荷要求

$$\text{fabs}(q_{\text{inn}} - Z) < (Z \geq 14) ? 0.5 : 0.0075 * \text{pow}(Z, 1.414) + 0.198$$

基于内层径迹室高分辨率电荷测量确定整数电荷 Z ，该条件保证测量电荷 q_{inn} 与认定电荷基本一致。

- 长程电荷一致性（内-外层比对）

$$Z - 0.0585 * \text{pow}(Z, 1.15) - 0.35 < q_{l1} < Z + 0.0334 * \text{pow}(Z, 1.15) + 0.20$$

粒子在穿过探测器不同层级时，电荷态应保持恒定。若粒子在内、外层探测器之间发生电荷改变（如抓取或剥离电子，或敲出质子），则外层测得的 q_{l1} 会显著偏离由 Z 确定的正常带宽。该窗口是根据测试束数据校准的非对称分辨率限制，能识别并排除此类电荷交换事例。

- 电荷沉积横向均匀性

$$\text{fabs}(q_{l1x} - q_{l1y}) / (q_{l1x} + q_{l1y}) < 0.2$$

探测器 L1 常分左右（x）和上下（y）读出。正常入射核子产生对称的能量沉积；核碎裂或边缘效应会导致某侧信号异常增强。该条件剔除空间上能量沉积严重不对称的事例。

- 探测器硬件状态排除

$$(q_{\text{status}}_{l1} \& 0x10013D) == 0$$

状态寄存器位判断，直接排除存在饱和、死通道、校准错误等硬件故障的数据，属仪器背景剔除。

- 飞行时间探测器一致性（部分筛选要求）

$$Z - 0.625 - 0.0225 * (Z - 9) < q_{\text{ttof}} < Z + 1.5 \text{ 等}$$

利用飞行时间系统（TOF）测量粒子速度并推算电荷，与轨迹仪电荷交叉验证，进一步去除电荷误判事例。

2.2 主要背景来源

即便经过严格筛选，仍有一些物理过程会混入最终样本：

1. 探测器内部的核碎裂背景

入射重核（如碳、氧）与探测器物质（特别是磁铁、支撑结构）发生非

弹性作用，碎裂成多个轻碎片。若其中一个碎片携带原粒子的大部分动量并满足筛选条件，就会被误选。此类背景往往伴随着径迹方向突变和电荷不一致（碎裂前后 Z 改变），是蒙特卡洛模拟修正的重点。

2. 电荷交换反应背景

原子核与探测器材料发生电子抓取或剥离，截面通常比碎裂更大。例如一个真实硼核 ($Z=5$) 内层测量为 5，外层因失电子变为 $Z=6$ ，从而通过电荷窗口。长程电荷一致性条件正是针对此背景设计。本底扣除时需依赖准确的电荷交换截面模拟。

3. 多次散射与二次相互作用

严重多次散射使粒子径迹扭曲，可能被误重建为另一刚度值；二次粒子产生可能导致径迹误拼接，这些已被径迹质量筛选大量压制，但残余部分仍需模拟中考虑。

4. 偶然符合

在高事例率下，两个无关粒子的信号可能同时进入触发窗口并被误建成一个事例，这种本底通常通过定时信息和顶点重建进一步抑制。

3 刚度迁移修正 (Unfolding)

3.1 Unfolding 是什么

探测器测量刚度 $R = p/Z$ 时，由于本身分辨率有限，测出来的值总会和真实值有点偏差——有时偏大，有时偏小。这相当于给真实能谱上了一层模糊效果：原本在某个能量区间的事例，可能被错报到相邻的区间里去，这就是刚度迁移。

Unfolding 就是一种数学处理，它把模糊过的测量谱，尽可能地恢复成粒子原本的真实刚度分布。

3.2 基本思路

论文里的推导太晦涩了，有点看不懂，在网上学习了一下，在 ai 辅助下写了一个基本思路和用到的方法

真实的事例数分布 \mathbf{x} 和我们实际测到（并扣除了背景）的分布 \mathbf{y}' 之间，靠一个响应矩阵 \mathbf{R} 联系起来：

$$\mathbf{y}' = \mathbf{R} \mathbf{x}$$

\mathbf{R} 由蒙特卡洛模拟提供，它告诉我们一个真实刚度为某值的粒子，有多大可能会被测到另一个刚度区间去。Unfolding 任务就是已知 \mathbf{y}' 和 \mathbf{R} ，反求出 \mathbf{x} 。

3.3 推导的方法（反演的手段）

直接做 $\mathbf{x} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}'$ 行不通，因为数据里微小的统计涨落会被剧烈放大，解出来的谱会剧烈振荡、没有物理意义。所以必须采用**正则化**技巧，也就是在“尽量吻合测量数据”和“不让解太离谱”之间找一个平衡。常用的推导（求解）方法有两种：

1. Tikhonov 正则化

在最小二乘拟合的基础上，加一个惩罚项来压制解的剧烈波动（通常惩罚速率，要求谱不要忽上忽下太厉害）。通过调节一个强度参数 τ ，控制光滑程度，从而得到稳定且物理上合理的解。

2. 贝叶斯迭代法（D'Agostini 方法）

先大致猜一个真实谱的样子（比如蒙特卡洛模拟的结果），然后利用贝叶斯定理，反复用观测数据去修正这个猜测。每次迭代都让预测的测量谱更接近实际扣除本底后的谱，迭代到一定程度就停住。迭代次数本身就起着正则化的作用，防止噪声被过度放大。

这两种方法的共同点是都引入了少量“偏置”（比如要求谱平滑或初始猜测的影响），换取了大幅降低的统计误差，从而得到一个物理上可信的真实谱估计。