

蘭州大學
LANZHOU UNIVERSITY

BESIII

BESIII 上中性粲介子量子关联测量进展

彭云翊
兰州大学

2026 年 BESIII 粲强子物理研讨会

报告内容

一 **研究动机**

二 研究进展

三 总结与展望

CKM 幺正性与相角 γ

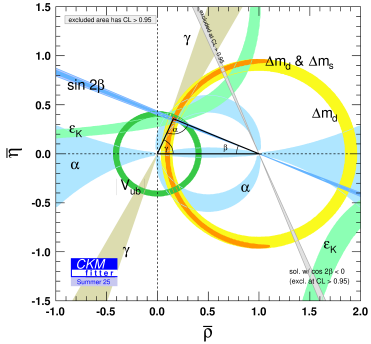
$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \qquad VV^{\dagger} = I.$$

$$V_{ud}V_{ub}^{*} + V_{cd}V_{cb}^{*} + V_{td}V_{tb}^{*} = 0,$$

$$\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^{*}}{V_{cd}V_{cb}^{*}}\right).$$

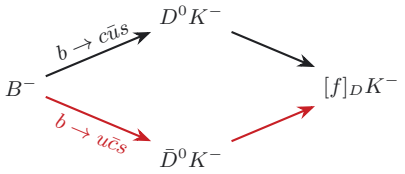
γ 角的特殊性

- 可通过 $B^{\pm} \to DK^{\pm}$ 的树图干涉直接测量，理论不确定度极小。
- 与含圈图过程的间接约束比较，检验 CKM 一致性、寻找新物理线索。
- 精确提取 γ 需要独立的**粲介子强相位输入**。



CKMfitter Summer 2025

从 $B^{\pm} \to DK^{\pm}$ 干涉测量 γ



粲衰变决定强相位输入

方法	D 末态	输入
GLW	CP/ 准 CP 态	F_+
ADS	CF / DCS	r_D, R_D, δ_D
BPGGSZ	自共轭多体态	c_i, s_i

$$\mathcal{M}_- \propto \mathcal{A}_f + r_B e^{i(\delta_B - \gamma)} \overline{\mathcal{A}}_f.$$

全相空间振幅比

$$r_f = \sqrt{\frac{\int |\overline{\mathcal{A}}_f(\mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x}}{\int |\mathcal{A}_f(\mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x}}}.$$

全相空间的关联因子与平均强相位

$$R_f e^{-i\delta_f} = \frac{\int \mathcal{A}_f^*(\mathbf{x}) \overline{\mathcal{A}}_f(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{A_f \overline{A}_f}.$$

$$\Gamma_- \propto A_f^2 \left[1 + r_B^2 r_f^2 + 2 r_B r_f R_f \cos(\delta_B - \gamma - \delta_f)\right].$$

同一振幅重叠：c_i, s_i 与 r_i, R_i, δ_i

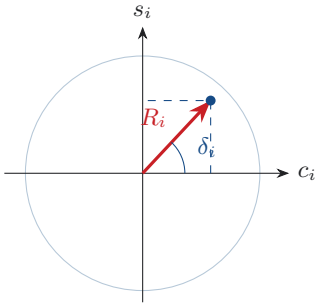
定义 $A(\Phi) = \mathcal{A}(D^0 \to f)$，$\bar{A}(\Phi) = \mathcal{A}(\bar{D}^0 \to f)$，$\Delta\delta(\Phi) = \arg A - \arg \bar{A}$。

$$K_i = \int_i |A|^2 d\Phi, \quad \bar{K}_i = \int_i |\bar{A}|^2 d\Phi, \quad r_i = \sqrt{\frac{\bar{K}_i}{K_i}}.$$

$$\frac{\int_i A\bar{A}^* d\Phi}{\sqrt{K_i \bar{K}_i}} = \frac{\int_i |A||\bar{A}| e^{i\Delta\delta} d\Phi}{\sqrt{K_i \bar{K}_i}} = c_i + i s_i = R_i e^{i\delta_i}.$$

$$c_i = R_i \cos\delta_i, \qquad s_i = R_i \sin\delta_i.$$

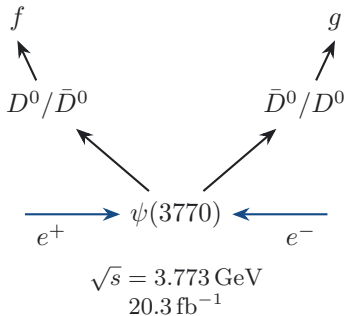
$$R_i = \sqrt{c_i^2 + s_i^2} \le 1, \qquad \delta_i = \mathrm{atan2}(s_i, c_i).$$



自共轭末态：忽略直接 CP 破坏时，$\bar{K}_i = K_{-i}$，$c_{-i} = c_i$，$s_{-i} = -s_i$。

味道末态：全相空间积分给出 r_f, R_f, δ_f；两体 $K\pi$ 有 $R_{K\pi} = 1$。

阈值量子关联：将强相位转化为双标记产额



$C = -1$ 的反对称纠缠态

$$|\Psi_-\rangle = \frac{|D^0\rangle|\bar{D}^0\rangle - |\bar{D}^0\rangle|D^0\rangle}{\sqrt{2}}.$$

$$\mathcal{M}(f|g) \propto A_f\bar{A}_g - \bar{A}_f A_g.$$

标记一侧的末态，对另一侧的衰变振幅施加约束；干涉项携带相对强相位信息。

$$\Gamma(f|g) \propto \left[r_f^2 + r_g^2 - 2r_f r_g R_f R_g \cos(\delta_f - \delta_g)\right].$$

在相空间整体或分区内测量双标记产额，即可约束强子参数。

双标记方法：互补标记约束不同参数

标记类型	代表性衰变道
味道标记	$K^{\mp}\pi^{\pm}$、$K^{\mp}\pi^{\pm}\pi^0$、$K3\pi$、$Ke\nu$
偶 CP 标记	K^+K^-、$\pi^+\pi^-$、$K^0_S\pi^0\pi^0$、$K^0_L\pi^0$
奇 CP 标记	$K^0_S\pi^0$、$K^0_S\eta$、$K^0_S\omega$、$K^0_L\pi^0\pi^0$
自共轭标记	$K^0_{S/L}\pi^+\pi^-$、$K^0_{S/L}K^+K^-$

自共轭信号道的分区产额

$$N_i^{\mathrm{CP}} \propto K_i + K_{-i} - 2(2F_+^{\mathrm{tag}} - 1)\sqrt{K_iK_{-i}}\,c_i,$$
$$N_{ij} \propto K_iK_{-j} + K_{-i}K_j - 2\sqrt{K_iK_{-i}K_jK_{-j}}\,(c_ic_j + s_is_j).$$

强相位输入为何需要持续改进?

以 $D \to K^0_S\pi^+\pi^-$ 为例

强相位输入	数据量	对 γ 的误差贡献
CLEO-c	$0.82\,\mathrm{fb}^{-1}$	约 4°
BESIII	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$	约 0.9°

上述数值来自各自研究设定，**不是同一 B 样本下的统一精度比较。**

面向 LHCb 与 Belle II

- 更大的 B 样本降低统计误差。
- 粲强相位输入逐渐成为精度限制。
- $20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$、分区优化与新测量方法共同提升灵敏度。

BESIII：量子关联 → 强相位及其协方差 → γ、粲混合、CP 破坏

报告内容

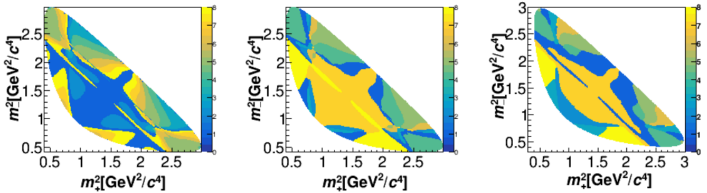
一　研究动机

二　研究进展

三　总结与展望

$K^0_{S/L}\pi^+\pi^-$：$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 分区强相位测量

$\psi(3770) \to D^0\bar{D}^0$ 量子关联样本；采用三种分区方案，每种为 $\pm1, \ldots, \pm8$。

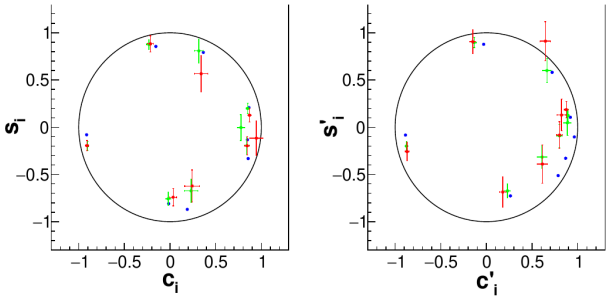


等强相位分区、最优分区、修正最优分区（左至右）

Flavour	$K^+e^-\nu_e,\ K^+\pi^-\pi^+\pi^-,\ K^+\pi^-\pi^0,\ K^+\pi^-$
CP-**even**	$K^+K^-,\ \pi^+\pi^-,\ \pi^+\pi^-\pi^0,\ K^0_S\pi^0\pi^0,\ K^0_L\pi^0$
CP-**odd**	$K^0_S\pi^0,\ K^0_S\eta_{\gamma\gamma},\ K^0_S\eta_{\pi^+\pi^-\pi^0},\ K^0_S\omega,\ K^0_S\eta'_{\gamma\rho},\ K^0_S\eta'_{\pi\pi\eta},\ K^0_L\pi^0\pi^0$
Self-conjugate	$K^0_S\pi^+\pi^-,\ K^0_S(\pi)_{\mathrm{miss}}\pi,\ (\pi^0(\pi^0)_{\mathrm{miss}})K^0_S\pi\pi$

部分重建标签 $K^+e^-\nu_e$、$K^0_L\pi^0$、$K^0_L\pi^0\pi^0$、$K^0_S(\pi)_{\mathrm{miss}}\pi$、$(\pi^0(\pi^0)_{\mathrm{miss}})K^0_S\pi\pi$ 不用于 $K^0_L\pi^+\pi^-$ 信号侧。

$K^0_{S/L}\pi^+\pi^-$：分区强相位测量



最优分区：$K^0_S\pi\pi$（左）、$K^0_L\pi\pi$（右）
红：无约束；绿：有约束；蓝：模型预测

同时给出两套强相位结果

有约束：利用模型预测的 $\Delta c_i, \Delta s_i$ 关联 K^0_S 与 K^0_L。

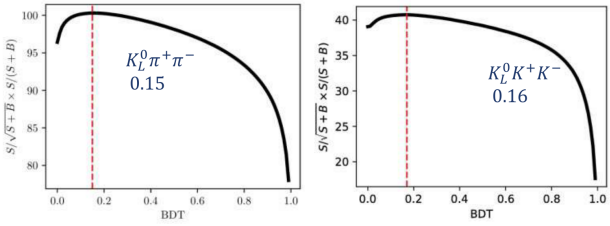
无约束：移除上述模型差值约束，独立提取两类末态的强相位。

强相位对 γ 的误差贡献

最优分区	σ_γ
有约束	0.9°
无约束	1.5°

$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$ 的 $K^0h^+h^-$ 测量更新

目标：压低 $K_L^0h^+h^-$ 样本中的 $K_S^0h^+h^-$ 污染，$h=\pi,K$。



BDT FOM：$K_L^0\pi\pi$（左）、K_L^0KK（右）

并用 J/ψ 控制样本校正 K_L^0 veto 效率

利用 EMC 簇射区分信号与本底

使用能量及总能量、与缺失 K_L^0 方向的夹角等信息进行 BDT 训练。

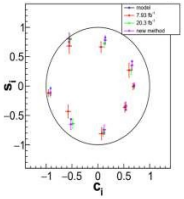
效果

本底减少 $>70\%$

信号保留 $>98\%$

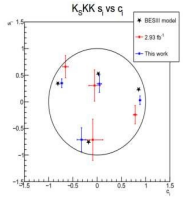
自共轭道的 c_i–s_i 二维分布

$K^0_S\pi^+\pi^-$



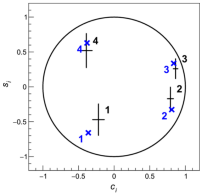
$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$

$K^0_S K^+K^-$



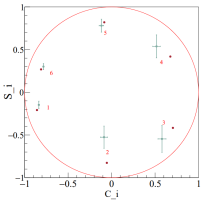
$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$

$K^+K^-\pi^+\pi^-$



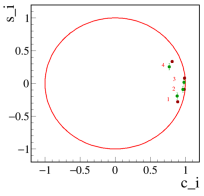
$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$

$K^0_S\pi^+\pi^-\pi^0$



$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$

$\pi^+\pi^-\pi^0$



$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$

$$c_i^2 + s_i^2 = R_i^2 \leq 1$$

首次分 bin 测量:$K^+K^-\pi^+\pi^-$、$K^0_S\pi^+\pi^-\pi^0$、$\pi^+\pi^-\pi^0$

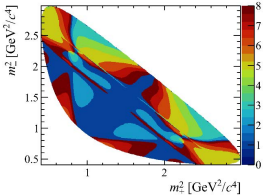
$K^0_S\pi^+\pi^-$：模型无关的 Unbinned 方法

通过 $B^\pm \to Dh^\pm$、$D \to K^0_S h'^+ h'^-$ 衰变率中的 CP 破坏测量 γ：

$$p_{B^-}(z) \propto p_D(z) + [(x_-^{Dh})^2 + (y_-^{Dh})^2]\bar{p}_D(z) + 2[x_-^{Dh}C(z) + y_-^{Dh}S(z)],$$
$$p_{B^+}(z) \propto \bar{p}_D(z) + [(x_+^{Dh})^2 + (y_+^{Dh})^2]p_D(z) + 2[x_+^{Dh}C(z) - y_+^{Dh}S(z)].$$
$$x_\pm^{Dh} + iy_\pm^{Dh} = r_B^{Dh}e^{i(\delta_B^{Dh} \pm \gamma)}, \qquad \{C(z), S(z)\} = |A_D(z)||\bar{A}_D(z)|\{\cos\phi(z), \sin\phi(z)\}.$$

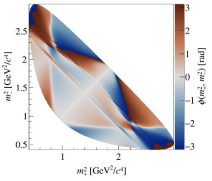
按照模型预测的 $\phi(z) = \delta_D(z) - \bar{\delta}_D(z)$，在 Dalitz 平面逐点施加 Fourier 权重。

$$w_n(z) = \begin{cases} w^{\rm opt}(z)\cos[k\phi(z)], & n = 2k, \\ w^{\rm opt}(z)\sin[k\phi(z)], & n = 2k-1, \end{cases} \quad \bar{w}_n(z) = \begin{cases} w^{\rm opt}(\bar{z})\cos[k\phi(\bar{z})], & n = 2k, \\ w^{\rm opt}(\bar{z})\sin[k\phi(\bar{z})], & n = 2k-1. \end{cases}$$



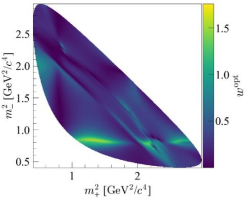
分 bin 方法

$\Rightarrow$



模型预测的强相位差 ϕ

$\otimes$



最优权重 $w^{\rm opt}$

Unbinned：实验观测量与联合测量结果

$B^{\pm}$ 衰变观测量

$$\mathcal{N}_n^+ = h_{B^+}[P_n^- + ((x_+^{Dh})^2 + (y_+^{Dh})^2)P_n^+ + 2(-1)^n(x_+^{Dh}C_n - y_+^{Dh}S_n)],$$
$$\mathcal{N}_n^- = h_{B^-}[P_n^+ + ((x_-^{Dh})^2 + (y_-^{Dh})^2)P_n^- + 2(-1)^n(x_-^{Dh}C_n + y_-^{Dh}S_n)].$$

$P_n^{\pm}$：$p_D, \bar{p}_D$ 的加权积分；C_n, S_n：C, S 的加权积分。

量子关联 $D\bar{D}$ 衰变观测量

味道标记：

$$\mathcal{N}_n(K^0_{S/L}h'^+h'^- \mid f) \propto P_n^+ + (r_D^f)^2 P_n^- - 2R_D^f r_D^f s_K(-1)^n(C_n\cos\delta_D^f - S_n\sin\delta_D^f).$$

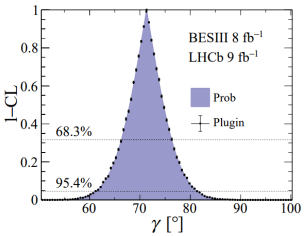
CP 标记：

$$\mathcal{N}_n(K^0_{S/L}h'^+h'^- \mid CP) \propto P_n^+ + P_n^- - 2s_K(2F_+ - 1)(-1)^n C_n.$$

自共轭标记：

$$\mathcal{N}_{n_1n_2}^{s_1s_2} \propto P_{n_1}^{s_1}P_{n_2}^{-s_2} + P_{n_1}^{-s_1}P_{n_2}^{s_2} - 2s_{K_1}s_{K_2}(-1)^{n_1+n_2}(C_{n_1}C_{n_2} + s_1s_2S_{n_1}S_{n_2}).$$

$s_K = +1$ (K_S^0)，-1 (K_L^0)。



γ 的联合拟合结果

$$\gamma = (71.3 \pm 5.0)^\circ$$

BESIII 与 LHCb 联合拟合，包含统计及系统误差。

强相位参数的误差贡献约为0.6°。

高能量点 $K\pi$：同时获得两种 C 本征态

$7.13\,\mathrm{fb}^{-1}$，$\sqrt{s} = 4.13$–$4.23\,\mathrm{GeV}$；通过 $D^{(*)0}\bar{D}^{(*)0}$ 产生链分类。

五类产生 / 衰变样本（隐含电荷共轭）	C
$D^0\bar{D}^0$	-1
$D^{*0}\bar{D}^0 \to \gamma D^0\bar{D}^0$	$+1$
$D^{*0}\bar{D}^0 \to \pi^0 D^0\bar{D}^0$	-1
$D^{*0}\bar{D}^{*0} \to \gamma\pi^0 D^0\bar{D}^0$	$+1$
$D^{*0}\bar{D}^{*0} \to \gamma\gamma/\pi^0\pi^0 D^0\bar{D}^0$	-1

双标记重建与样本分类

利用 E_{miss}、$M^2_{\mathrm{miss,DD}}$ 和 $\Delta M_{\mathrm{rec,D}}$ 区分五类样本；拟合纳入效率、本底及类别串扰。

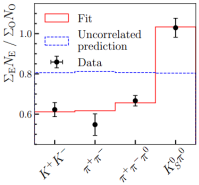
信号： $K^-\pi^+$

标记类型	衰变道
偶 CP	K^+K^-，$\pi^+\pi^-$
准偶 CP	$\pi^+\pi^-\pi^0$
奇 CP	$K^0_S\pi^0$
自共轭	$K^0_S\pi^+\pi^-$
归一化	异号 $K^-\pi^+ \mid K^+\pi^-$

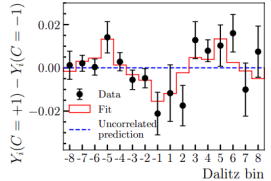
同一末态在两类 C 样本间取比，抵消分支比及共同重建效率误差。

不同于 $\psi(3770)$ 的 $C=-1$ 样本，联合使用 $C=+1$ 与 $C=-1$。

高能量点 $K\pi$：联合拟合降低外部输入误差



$K\pi$ vs. CP：C-even / C-odd 产额比



$K\pi$ vs. $K^0_S\pi\pi$：分区比率差（展示量）

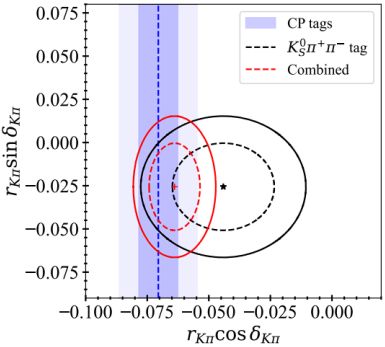
CP 标记约束 $r\cos\delta$；$K^0_S\pi\pi$ 标记对**五类样本** $\times$ **16 个分区**同时质量拟合，提取 $r\cos\delta, r\sin\delta$。

$$\Gamma_i^{(C)} \propto r^2 K_i + K_{-i} + 2C\sqrt{K_i K_{-i}}\,[c_i(r\cos\delta) + s_i(r\sin\delta)].$$

干涉项随 C 变号，同一 K_i 偏移导致的参数偏移**反相关、部分抵消。**
上式为无混合极限；实际拟合包含混合项。

K_i 系统误差	旧测量	本次
$\sigma(r\cos\delta)$	0.0050	0.0011
$\sigma(r\sin\delta)$	0.0070	0.0010

高能量点 $K\pi$：强相位结果与阈值测量比较



$r\cos\delta - r\sin\delta$ 的 68%/95% 区间
CP 标记、$K^0_S\pi\pi$ 标记及联合结果

合并三个观测量及其相关性

CP 标记的余弦项与 $K^0_S\pi\pi$ 标记的余弦、正弦项共同约束 $\delta_{K\pi}$；正弦项解除仅测余弦的二义性。

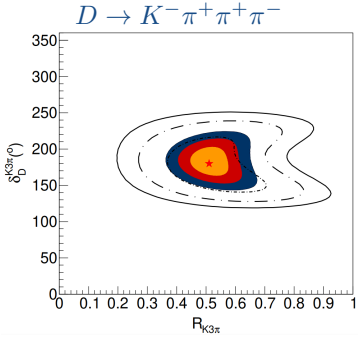
本次：高能量点 $7.13\,\mathrm{fb}^{-1}$

$$\delta_{K\pi} = \left(192.8^{+11.0+1.9}_{-12.4-2.4}\right)^\circ$$

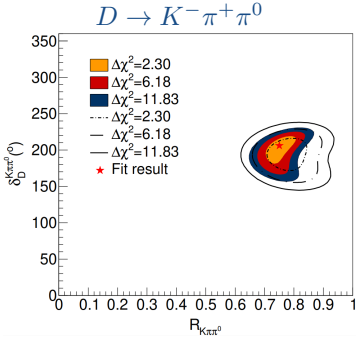
此前： $\psi(3770)$，$2.93\,\mathrm{fb}^{-1}$

$$\delta_{K\pi} = \left(187.6^{+8.9+5.4}_{-9.7-6.4}\right)^\circ$$

$K3\pi$ 与 $K\pi\pi^0$：$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 已发表结果



$K3\pi$：R–δ 置信区间

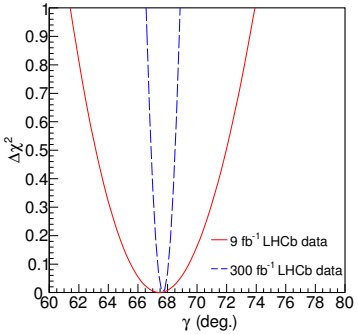


$K\pi\pi^0$：R–δ 置信区间

$R_{K3\pi} = 0.51 \pm 0.04, \quad \delta_{K3\pi} = \left(182^{+14}_{-13}\right)^\circ.$

$R_{K\pi\pi^0} = 0.75 \pm 0.03, \quad \delta_{K\pi\pi^0} = \left(209^{+7}_{-8}\right)^\circ.$

分 Bin $K3\pi$ 测量结果对 γ 的约束



不同 LHCb 模拟样本大小下的 γ 扫描

使用 LHCb 已发表的 $B \to DK$、$D \to K^-\pi^+\pi^+\pi^-$ 四分区分析结果，估计本次强子参数输入对 γ 的预期误差贡献。

基于 $9\,\mathrm{fb}^{-1}$ LHCb 样本：$\sim 8.5°$。

其中来自 BESIII 输入约：$\sim 3.5°$。

$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：$K3\pi$、$K\pi\pi^0$ 与 $K\pi$ 的新测量

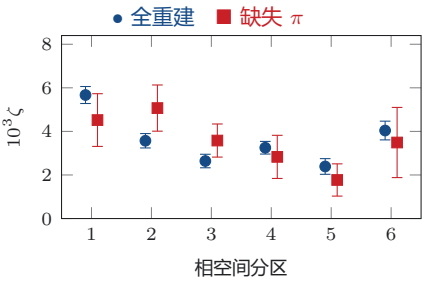
扩展样本与测量对象

- $K\pi$ 从归一化道拓展为信号道。
- $K3\pi$：全重建 + 缺失 π；CP 标记另加入缺失 K。
- 原四分区保留；细化方案将原 bin 4 在 $\widetilde{\delta} = 75^\circ$ 处分为 5、6。

当前状态

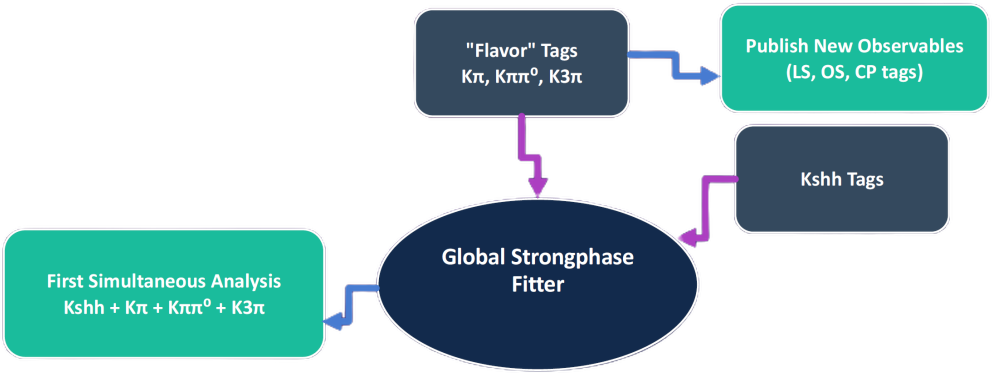
味道标记分析及系统误差研究**基本完成**；全局全 / 部分重建结果一致，仍以统计误差为主。
CP 标记的分区测量与系统误差研究进行中。

$K3\pi$ vs. $K\pi\pi^0$ 分区结果



误差棒仅为统计误差；原 bin $4 = 5 \cup 6$ 原方案与细化方案共用数据。

$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$ 全数据策略：强相位参数联合测量 (SPAR)



阶段一：观测量与协方差

$K\pi$、$K\pi\pi^0$、$K3\pi$（含分区）：味道与 CP 标记。
发布同号 / 异号、CP 观测量，不使用强相位输入。

阶段二：全局强相位拟合

加入 $K^0_{S/L}h^+h^-$ 标记，联合提取 R, δ 与 c_i, s_i。
保留不同衰变道之间的完整相关性。

全数据策略：可扩展、可持续更新的强相位输入

逐步纳入更多信息

- **高能量点 $K\pi$ 数据**：衔接已有观测量，并统一相空间分区。
- **新味道道与自共轭道**：保留独立测量，同时提供可并入全局拟合的观测量。

组合时的关键要求

- 统一处理跨衰变道的系统误差与相关性；标记道转为信号道时避免重复使用数据。
- 精简分区方案；对难以自由拟合的振幅比、混合参数保留外部约束依赖及扫描信息。

新观测量 ⟶ **模块化全局拟合** ⟶ 定期更新强相位与相关性

报告内容

一　研究动机

二　研究进展

三　总结与展望

研究进展总览

偶 CP 成分与振幅分析：三体道

衰变道	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$ 进展	已有结果
$K^0_S K^+K^-/K^0_L K^+K^-$	振幅分析：BAM-01098	—
$K^0_S\pi^+\pi^-/K^0_L\pi^+\pi^-$	振幅分析：arxiv:2610.13101	—
$\pi^+\pi^-\pi^0$	振幅分析：BAM-01108	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 模型无关 F_+
$K^+K^-\pi^0$	振幅分析：BAM-01153	PRD 111, 012007 (2025)
$\pi^+\pi^-\eta$	模型无关 F_+：BAM-01001	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 振幅分析：PRD 110, L111102
$K^+K^-\eta$	振幅分析：BAM-01056	—
$K^0_S\pi^0\eta$	振幅分析：arxiv:2512.23389 (投稿 PRL)	—
$K^0_S\pi^0\pi^0$	振幅分析：JHEP 03 (2026) 060	—

偶 CP 成分与振幅分析：四体道

衰变道	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$ 进展	已有结果
$K^+K^-\pi^+\pi^-$	振幅分析进行中	—
$K^0_S\pi^+\pi^-\pi^0$	振幅分析：BAM-01025	$2.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 模型无关 F_+ PRD 108, 032003 (2023)
$K^0_S\pi^+\pi^-\eta$	振幅分析进行中	—
$K^+K^-\pi^0\pi^0$	振幅分析：arxiv:2603.25649 (投稿 JHEP)	—

自共轭道：c_i, s_i

衰变道	最新进展	已有 BESIII 结果
$K^0_{S/L}\pi^+\pi^-$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：进行中	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$：JHEP 06 (2025) 086
$K^0_{S/L}K^+K^-$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：进行中	$2.93\,\mathrm{fb}^{-1}$：PRD 102, 052008 (2020)
$K^0_{S/L}h^+h^-$ Unbinned 联合测量	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$：arxiv:2604.05701; arxiv:2604.05712; (已被 PRD / PRL 接收)	—
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：BAM-01162	$2.93\,\mathrm{fb}^{-1}$：PRD 110, 112008 (2024)
$K^+K^-\pi^+\pi^-$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：PRD 112, 012015 (2025)	—
$K^0_S\pi^+\pi^-\pi^0$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：BAM-01163	—
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：进行中	—
$K^+K^-\pi^0$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$：进行中	—

味道末态：r_D, R_D, δ_D

衰变道	数据样本	最新进展
$K^-\pi^+$	$7.13\,\mathrm{fb}^{-1}$ 4.13–$4.23\,\mathrm{GeV}$	PRL 135, 171901; PRD 112, 072006
$K^-\pi^+\pi^+\pi^-$、$K^-\pi^+\pi^0$	$7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$	JHEP 08 (2026) 038
$K3\pi$、$K\pi\pi^0$、$K\pi$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$	进行中
$K^0_S K^\mp\pi^\pm$	$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$	进行中

总结与展望

- 阈值 $D^0\bar{D}^0$ 量子关联为 F_+、c_i, s_i、r_D, R_D, δ_D 提供直接实验约束。
- $7.93\,\mathrm{fb}^{-1}$ 的 $K3\pi$ $K\pi\pi^0$ $K^0_{S/L}\pi\pi$ 等测量已发表；$20.3\,\mathrm{fb}^{-1}$ **的整体、分区与部分重建的** $K3\pi$ $K\pi\pi^0$ $K\pi$ **以及** K^0hh **等分析**正在推进。
- SPAR 全局联合分析将整合各道观测量，保留**跨衰变道的完整相关性**，持续更新强相位输入。

谢谢！