中国科学院高能物理研究所
Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences

BESIII

BESIII振幅分析中的MC积分和分辨效应

李振轩

南开大学

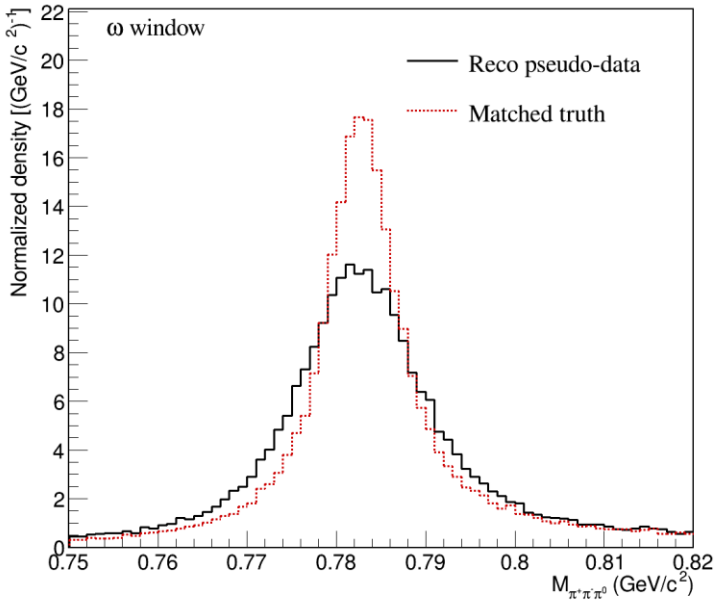
2026年10月18日

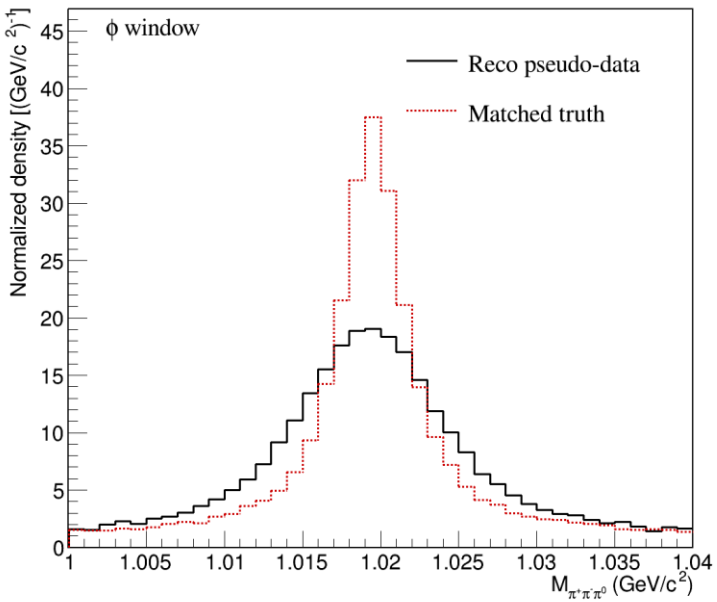
目录

- 研究背景与动机
- 分辨效应的 MC 处理方法
- 模拟测试结果
- 总结

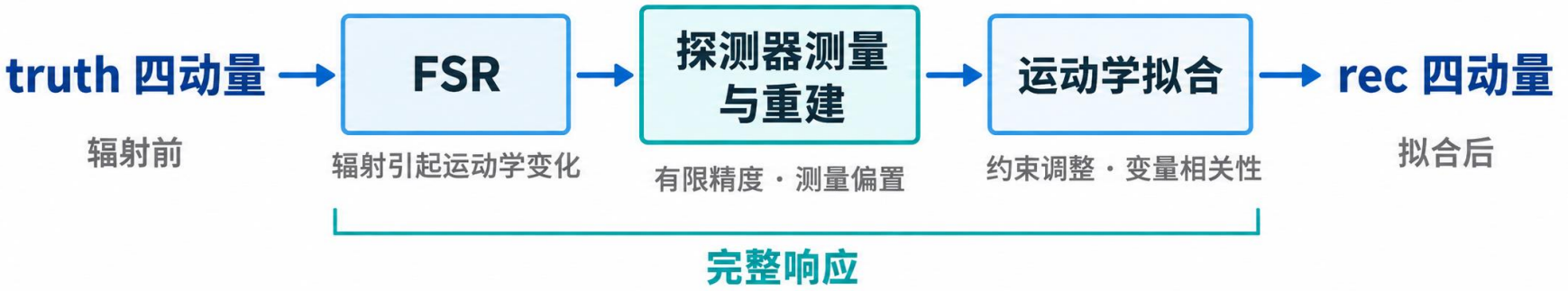
研究背景与动机

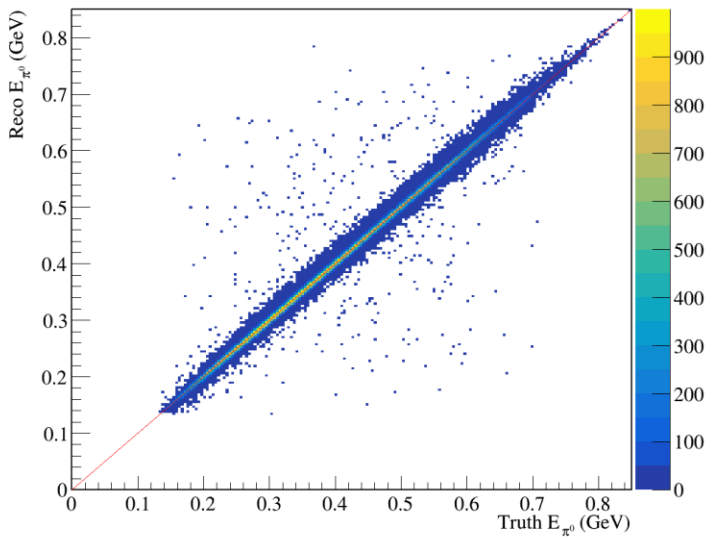
- **振幅分析**：研究衰变动力学，提取共振态的比份、质量与宽度等信息。
- **分辨效应**：改变观测线形，对窄共振态的参数测量尤为重要。
- **精度需求**：数据量增大、统计误差减小，对分辨处理提出更高要求。
- **处理难点**：忽略分辨可能引入参数偏差；低维卷积忽略了与其它变量的关联。

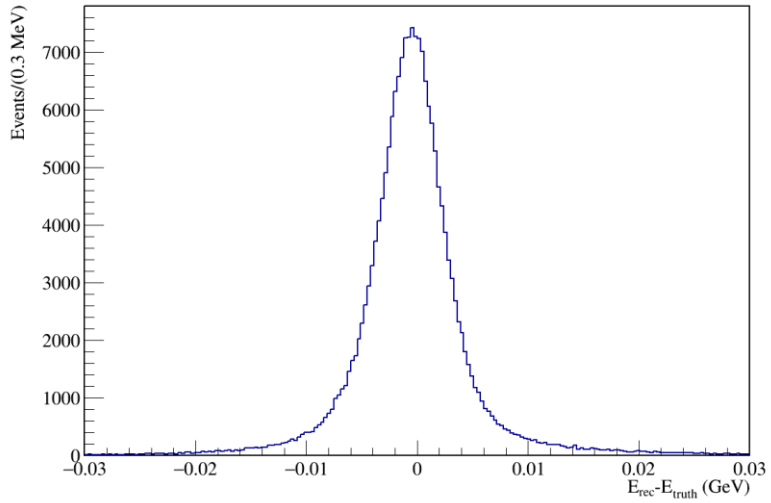




从truth到rec的运动学迁移







分辨效应的MC处理方法

- 零分辨近似下的似然函数与MC积分 $p^{rec} = p^{truth}$

衰变振幅：$I_\theta(p) \equiv |\mathcal{M}(p;\theta)|^2$

信号PDF与MC归一化：$$f(p;\theta) = \frac{\epsilon(p) I_\theta(p)}{\int d\Phi(p')\,\epsilon(p') I_\theta(p')} \simeq \frac{\epsilon(p) I_\theta(p)}{\frac{\Phi}{N_{\rm gen}} \sum\limits_{k\in \rm selected} I_\theta(p_k)}.$$

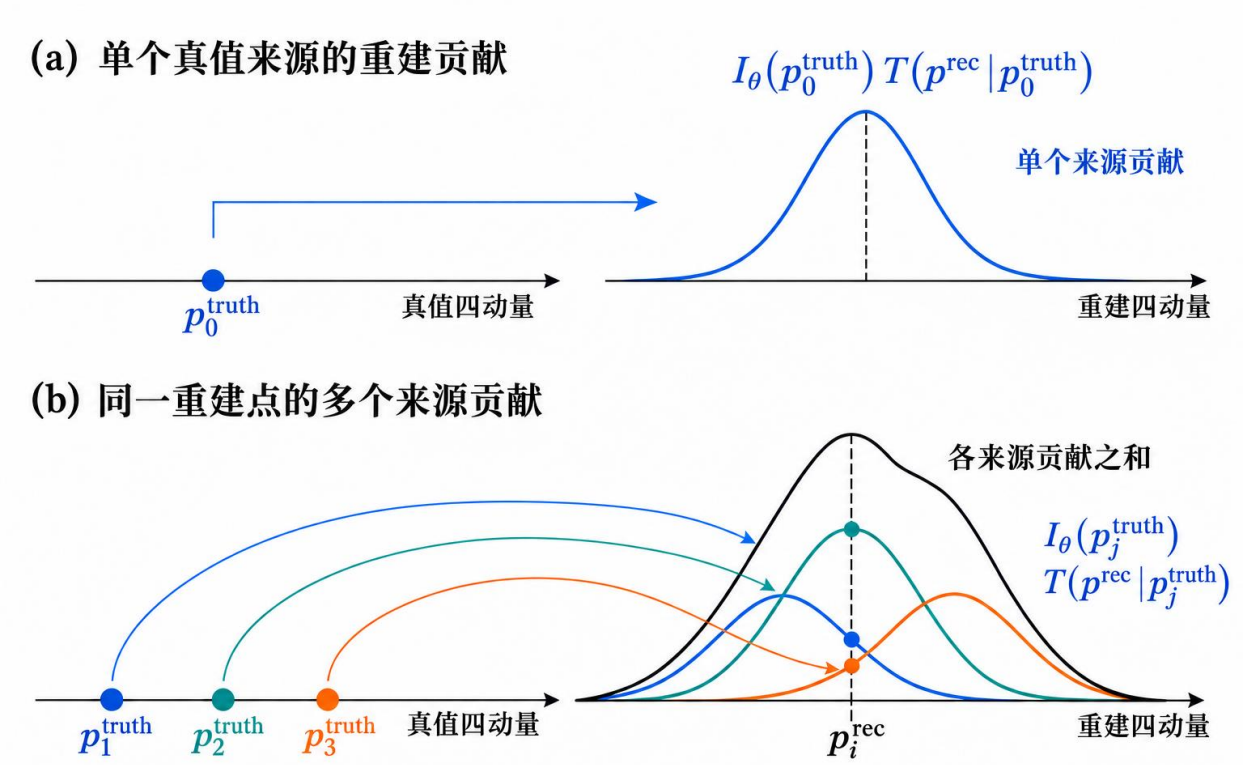
最终似然函数：
（略去参数无关项）

$$\widetilde{\ell}(\theta) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N_D} \log I_\theta(p_i)}_{\rm data} \underbrace{- N_D \log\left[\frac{1}{N_{\rm gen}} \sum_{k\in \rm selected} I_\theta(p_k)\right]}_{\text{MC 归一}}$$

仅需 data 与 PHSP MC 的重建四动量 p^{rec}

分辨效应的MC处理方法

➢ 考虑分辨时信号 PDF的准确形式



响应后的信号强度

$$G_\theta(p^{\text{rec}}) = \int d\Phi(p^{\text{truth}})\,T(p^{\text{rec}} \mid p^{\text{truth}})I_\theta(p^{\text{truth}})$$

信号PDF

$$f(p^{\text{rec}};\theta) = \frac{G_\theta(p^{\text{rec}})}{\int_{\text{selected}} dp'^{\text{rec}}\,G_\theta(p'^{\text{rec}})}$$

$$= \frac{G_\theta(p^{\text{rec}})}{\int d\Phi(p^{\text{truth}})\,I_\theta(p^{\text{truth}})\underbrace{\int_{\text{selected}} dp'^{\text{rec}}\,T(p'^{\text{rec}} \mid p^{\text{truth}})}_{\epsilon(p^{\text{truth}})}}$$

$$\simeq \frac{G_\theta(p^{\text{rec}})}{\frac{\Phi}{N_{\text{gen}}}\sum_{k\in\text{selected}} I_\theta(p_k^{\text{truth}})}$$

分辨效应的MC处理方法　参考模型与强度比近似

参考模型：预先选定并固定参数的一套模型　$I_n(p) \equiv I_{\theta_n}(p), \qquad G_n(p^{\rm rec}) \equiv G_{\theta_n}(p^{\rm rec})$

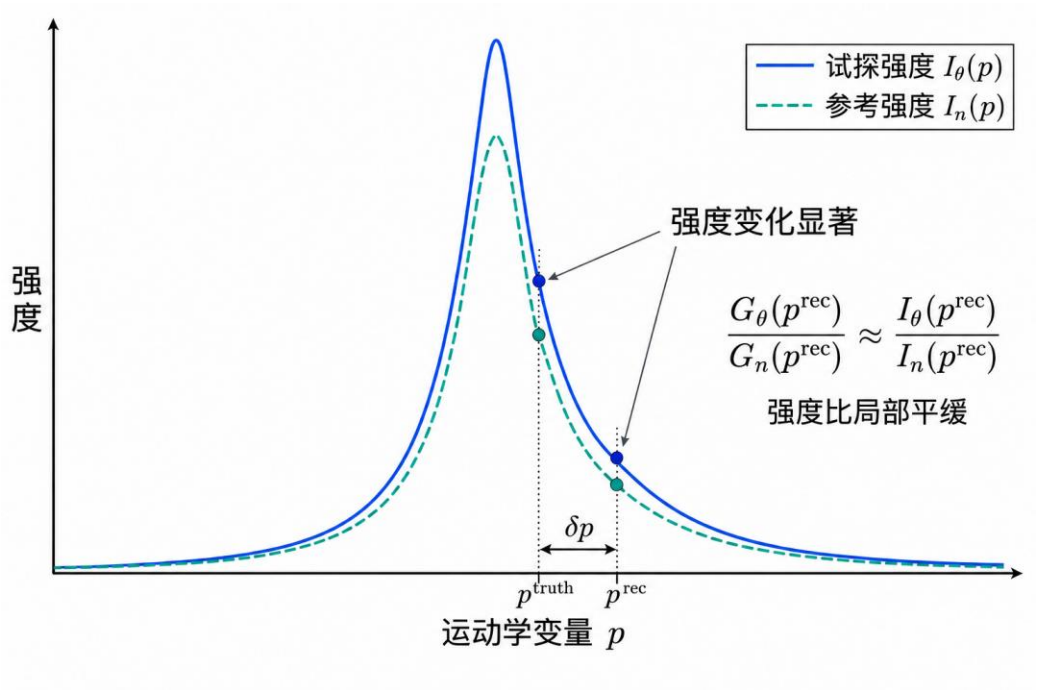
试探模型：拟合时不断调整参数、用来与数据比较并寻找最佳参数的一套模型。

$$\frac{G_\theta(p^{\rm rec})}{G_n(p^{\rm rec})} \simeq \frac{I_\theta(p^{\rm rec})}{I_n(p^{\rm rec})}$$

$$G_\theta(p^{\rm rec}) \simeq \frac{I_\theta(p^{\rm rec})}{I_n(p^{\rm rec})} G_n(p^{\rm rec})$$

核心近似：响应后的强度比近似等于重建点处的模型强度比

近似条件：
强度比在给定重建点对应的可能真值区域内变化缓慢



分辨效应的MC处理方法

- 最终似然函数与迭代

$$w_{k,n} \equiv \frac{I_n(p_k^{\text{truth}})}{I_n(p_k^{\text{rec}})}$$

$$\widetilde{\ell}_n(\theta) = \sum_{i=1}^{N_D} \log I_\theta(p_i^{\text{rec}}) - N_D \log\left[\frac{1}{N_{\text{gen}}} \sum_{k\in\text{selected}} w_{k,n} I_\theta(p_k^{\text{rec}})\right]$$

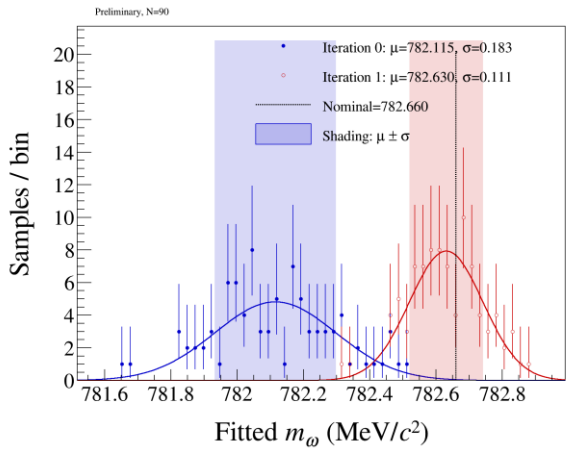
这正等价于信号MC积分！

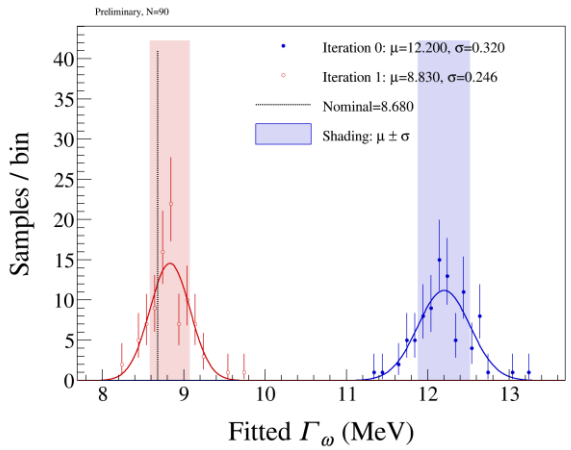
可进行多轮迭代

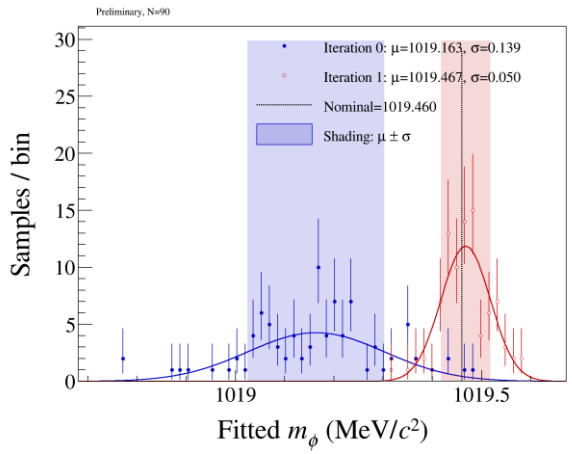
$$\theta_{n+1} = \arg\max_\theta \widetilde{\ell}_n(\theta)$$

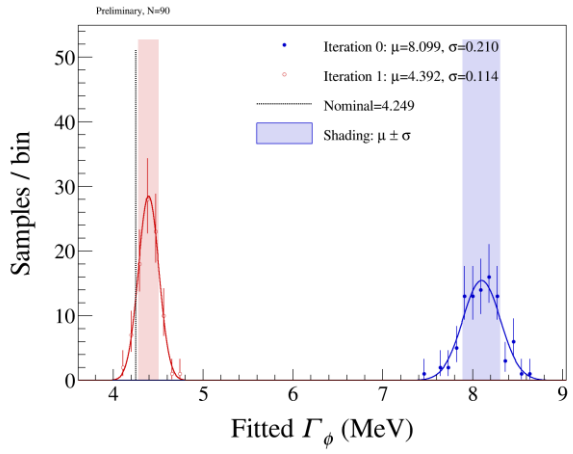
模拟测试结果

- 测试模型：$D^+ \to K^+\pi^+\pi^-\pi^0$，包含$K^{*0}\rho^+$, $K^+\omega$, $K^+\phi$ （比例 50:25:25 ）
- Fake data：90组独立样本，每组10000事例
- MC 样本：均匀产生的 PHSP MC，保留逐事例配对的 p^{truth} 与 p^{rec}
- 拟合设置：第 0 轮忽略分辨；第 1 轮以第 0 轮拟合结果作为参考模型。

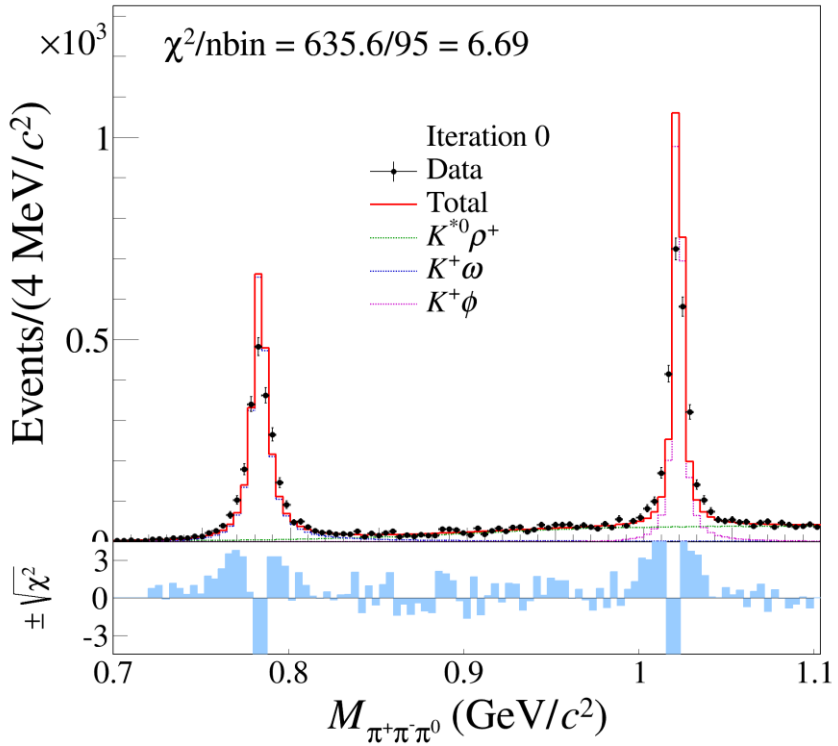


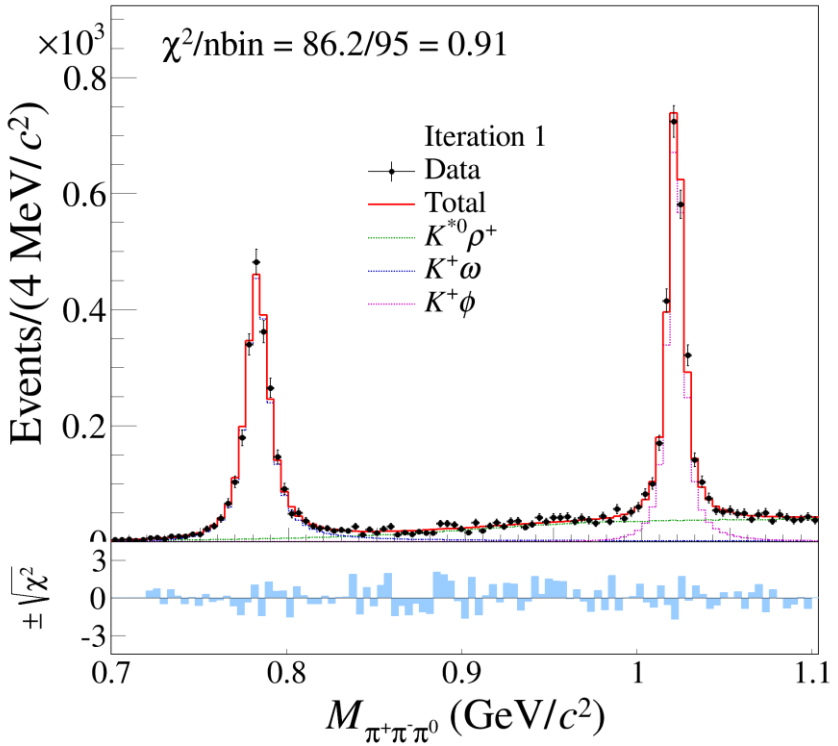






模拟测试结果





优点：适用于多体衰变，快速完成多轮迭代

要求：需要充足的 PHSP MC 样本

总结

- 核心方法：利用参考模型将 MC 中的真值—重建迁移信息转化为归一化权重，通过迭代使似然函数考虑分辨效应
- 模拟测试中，ω, ϕ 的质量、宽度及拟合谱形得到明显改善
- 适用于多体衰变的高维拟合，可复用同一套 MC 实现快速迭代
- 依赖参考模型近似的有效性与充足的 MC 样本

- 物理价值：减少分辨展宽与本征线形的混淆，使大统计样本更有效地服务于窄共振态性质和衰变动力学的精密研究

谢　谢！