

1.

$\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi$ 这个衰变过程， π^0 会马上衰变成两个光子（ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ），所以实验上看到的末态粒子实际上来自两个 π^0 的 4 个光子加上 J/ψ 的衰变产物。这里要分两种情况讨论。

遍举情形（ $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ ），如果考虑 J/ψ 衰变到正反轻子对，那么整个末态就是 4 个光子加一对轻子——具体来说是 $\gamma\gamma\gamma\gamma e^+e^-$ 或者 $\gamma\gamma\gamma\gamma \mu^+\mu^-$ 。轻子来自 J/ψ ，光子来自那两个 π^0 。

半单举情形（ $J/\psi \rightarrow \text{anything}$ ），如果不对 J/ψ 的衰变做限制，那末态就是 4 个光子和 J/ψ 的任何可能衰变产物，自由度会高很多。

2.

BESIII 数据分析里分支比的通用公式：

$$B(\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi) = N_{\text{sig}} / (\epsilon_{\text{tot}} \cdot N_{\psi(2S)})$$

N_{sig} 是观测事例数减掉本底以后的信号事例数， $N_{\psi(2S)}$ 是数据样本里的 $\psi(2S)$ 总数，这个数可以通过 $\psi(2S)$ 扫描或者已知的产生截面和积分亮度确定。 ϵ_{tot} 是总效率，一般由 Monte Carlo 模拟算出来，但 MC 和真实数据之间总有差异，所以还得用数据来做修正。

总效率可以进一步拆开看。如果做遍举测量（ $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ ），效率可以写成 $\epsilon_{\text{tot}} = \epsilon_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} \cdot \epsilon_{\pi^0_{\text{rec}}} \cdot \epsilon_{J/\psi} \cdot \epsilon_{\text{sel}}$ 。其中 $\epsilon_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ 约等于 98.8%，这是 π^0 衰变到 2γ 的已知分支比，基本不用操心。 $\epsilon_{\pi^0_{\text{rec}}}$ 是 π^0 的重建效率，包含光子探测和配对那部分。 $\epsilon_{J/\psi}$ 对应 J/ψ 衰变的分支比。 ϵ_{sel} 则是各种选择条件带来的效率，包括几何接收度、运动学截断什么的。如果做半单举测量（ $J/\psi \rightarrow \text{anything}$ ），公式可以简化成 $B = N_{\text{sig}} / (\epsilon_{\pi^0 \pi^0} \cdot N_{\psi(2S)})$ ，这时候 $\epsilon_{\pi^0 \pi^0}$ 已经把 π^0 重建、光子探测和分析选择的效率都包进去了。

3.

这一块和原分析差别最大，因为 π^0 不产生带电径迹，

首先从 EMC 里挑出好光子——能量一般设个阈值（比如 25 或 50 MeV，看本底情况调），排除那些跟带电径迹关联上的簇射（不然带电粒子会混进来当光子），要求光子落在 EMC 的 fiducial volume 内（桶部 $|\cos\theta| < 0.80$ ，端盖 $0.86 < |\cos\theta| < 0.92$ ）。另外还要靠簇射形状把中性强子（ K_L^0 、中子之类的）产生的假光子筛掉。

选好光子以后，把所有可能的两两组合都列出来，要求 $\gamma\gamma$ 不变质量落在 π^0 质量附近，比如说 $|M(\gamma\gamma) - M_{\pi^0}|$ 小于 15 到 20 MeV，窗口大小可以根据 EMC 的实际分辨来优化。如果 EMC 有簇射分裂之类的情况导致光子多于 4 个，配对方案就更多了。处理办法有两种：要么保留所有合理组合（允许一个 event 有多个 entry，这样不会引入人为偏差），要么用 χ^2 方法挑一个最优组合。另外还可以利用运动学约束——在 $\psi(2S)$ 静止系里 π^0 的动量范围是可以用两体运动学算出来的。

做半单举测量的话， J/ψ 衰变不做限制，只要确保反冲系统质量落在 J/ψ 附近就行——反冲质量的定义是 $M^2_{\text{rec}} = (E_{\text{CM}} - E_{\pi^0\pi^0})^2 - |\mathbf{p}_{\pi^0\pi^0}|^2$ 。如果要拿遍举做交叉检查，那就额外找一对正反轻子，轻子动量大概 1.55 GeV，和 π^0 光子的能量区间分得很开，不容易搞混。

本底来源有好几种。最直接的是光子配对组合错了产生的假 π^0 ——这个靠 π^0 质量窗口能压掉大部分。无关源产生的背景光子贡献的是平滑本底，能量和角度筛选能帮上忙。还有簇射分裂（一个粒子在 EMC 里打出好几个团簇），靠聚类算法和能量比来做甄别。更麻烦的是中性强子被误认成光子，这个得看簇射形状来区分。来自 $\psi(2S)$ 其他衰变的真实 π^0 有时候会形成峰状本底，需要用运动学约束把它们隔离开。另外 continuum 过程（比如 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 或者 $q\bar{q}$ ）也会产生平滑的背景分布，可以利用 $\psi(2S)$ 在阈值附近的特征来压低。通常先用 Inclusive MC 的 topology 工具看看本底组成，平滑本底用边带法直接从数据里估计，峰状本底就得仔细查来源、加专门的 veto 来剔除。

MC 和数据不可能完全一致，效率必须修正。光子探测效率要用干净的控制样本来做——比如 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 或者 $J/\psi \rightarrow \rho\pi$ ——拿到 data/MC 的效率比随能量和角度的二维分布，然后对 MC 做 reweight。 π^0 重建效率的修正可以借助 $J/\psi \rightarrow \pi^0\pi^0$ 或者 $J/\psi \rightarrow \pi^0\gamma$ 这类道，比较数据里和 MC 里的重建效率差异，提取修正因子 $f_i = \epsilon_{\text{data}_i} / \epsilon_{\text{MC}_i}$ 来修正 MC。多重数高了以后光子效率会因为簇射重叠变差，需要按多重数分层做加权。还有谱形修正——要是 MC 生成模型里 π^0 的动量谱跟数据对不上，就得拿数据的 π^0 谱去 reweight MC。

$\pi^0\pi^0$ 分析跟 $\pi^+\pi^-$ 分析最根本的区别就在探测对象上——这边是光子那边是带电径迹，关键效率从径迹重建效率变成了光子加 π^0 的重建效率。原分析里不需要粒子鉴别，这边也不需要，但理由不一样： $\pi^+\pi^-$ 那边是因为动量范围跟其他粒子不重叠，这边则是因为光子本来就没什么 PID 的问题。原分析的组合本底很少， $\pi^0\pi^0$ 这边 γ 配对方式多，组合本底是个绕不开的麻烦。能量分辨方面，EMC 的分辨不如 MDC 的动量分辨好，不过 $\pi^0\pi^0$ 分析可以作为互补的检验手段，帮助理解 π^0 相关的系统误差。