

1. 末态分析

过程： $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi$ ，其中 $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ， J/ψ 衰变到一对轻子。

在 BESIII 实验中，为了干净、高效地重建 J/ψ ，通常选择其衰变到 e^+e^- 或 $\mu^+\mu^-$ 的末态。因此，可观测的最终末态粒子为：

- 若 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ ：

末态 = $e^+e^- + 4\gamma$ （两个 π^0 共提供 4 个光子）

- 若 $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ ：

末态 = $\mu^+\mu^- + 4\gamma$

选择轻子对末态的原因：纯光子末态难以触发且不易准确重建质量，而轻子对（尤其是 e^+e^- 和 $\mu^+\mu^-$ ）具有清晰的径迹信息和触发信号，有利于信号事例的挑选与本底压制。

2. 分支比的计算公式

根据老师 ppt 给出的通用公式，对于过程 $X \rightarrow f$ ，其分支比：

$$\mathcal{B}(X \rightarrow f) = \frac{N_{\text{sig}}}{\epsilon \cdot N_X} = \frac{N_{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}}{\epsilon \cdot N_X}$$

应用到本测量，则为：

$$\mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi) = \frac{N_{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}}{\epsilon \cdot N_{\psi(2S)}}$$

其中各项含义如下：

- N_{obs} ：应用所有事例选择条件后，在信号区间内观测到的候选事例总数（包括信号和本底）。

- N_{bkg} : 通过数据驱动方法（如边带法、Inclusive MC 等）估计出的信号区间内的本底事例数。
- $N_{\text{sig}} = N_{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}$: 净信号事例数。
- $N_{\psi(2S)}$: 所使用的 $\psi(2S)$ 数据样本中, $\psi(2S)$ 粒子的总产生数。在 e^+e^- 对撞实验中, 该值可通过刻度过的积分亮度和截面获得, 或由已知衰变道间接确定。
- ϵ : 总效率因子, 是信号事例被成功重建、选择并最终出现在信号区内的概率。通常它包含以下子项:

$$\epsilon = \epsilon_{\text{trig}} \times \epsilon_{\text{acc}} \times \epsilon_{\text{reco}} \times \epsilon_{\text{sel}} \times \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow l^+l^-)$$

其中 ϵ_{trig} 是触发效率, ϵ_{acc} 是几何接受度, ϵ_{reco} 是粒子重建效率（径迹、光子等）, ϵ_{sel} 是选择条件（如运动学拟合、质量窗口）的效率, $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow l^+l^-)$ 是 J/ψ 衰变到所用轻子对的分支比（已知量）。若公式中已将 $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow l^+l^-)$ 单独提出, 则 ϵ 仅代表探测器相关的效率。此处采用文档的统一形式, 把子分支比吸收进总效率 ϵ 中, 使用时需明确其定义。

本底估计 N_{bkg} 是关键步骤之一。

3. 事例选择

事例选择的目的是尽可能保留信号、压制本底, 同时避免引入人为偏差。

(1) 带电径迹与轻子鉴别

- 要求至少两条带电径迹, 带相反电荷, 且径迹需来自对撞顶点。
- 对于 e^+e^- 道: 利用电磁量能器中的信息（如 E/p 值）以及主漂移室的 dE/dx 进行电子鉴别; 电子/正电子在量能器中沉积的能量应与动量匹配。

- 对于 $\mu^+\mu^-$ 道：利用 μ 子探测器（MUC）的穿透深度信息或量能器中的最小电离信号，选择 μ 子对。同时亦可利用径迹动量与量能器沉积能量的关系来排除强子本底。

(2) 光子选择与 π^0 重建

- 光子由电磁量能器（EMC）中的中性簇射重建，要求每个光子能量大于某一阈值（例如 25 MeV），且簇射角度与带电径迹指向的 EMC 位置保持最小距离，以排除带电粒子造成的簇射。
- 每次事例中至少存在 4 个这样的光子。
- 将所有光子两两组合，计算其不变质量 $M(\gamma\gamma)$ 。若 $M(\gamma\gamma)$ 落在 π^0 的质量窗口内（如 $[0.115, 0.150] \text{ GeV}/c^2$ ），则视该组合为一个 π^0 候选。
- **重要处理策略**：在事例选择中“一个事例可以有多条记录（entries）”，即保留所有满足条件的 π^0 组合，不强制选择单一的最佳组合。虽然这会导致错误组合增多（增加了组合本底），但避免了因人为强行选择最佳组合而引入的偏差（bias）。随后在统计拟合中，这些多重记录可通过赋予权重或进行整体拟合来正确处理。

(3) J/ψ 候选重建

- 将鉴别出的轻子对（ e^+e^- 或 $\mu^+\mu^-$ ）组合起来，计算其不变质量 $M(l^+l^-)$ 。
- 要求 $M(l^+l^-)$ 位于 J/ψ 的质量窗口内（例如 $[3.00, 3.15] \text{ GeV}/c^2$ ），以选出真实的 J/ψ 候选。

(4) 信号区定义与本底估计

- 最终用来提取信号的变量通常取为 $\pi^0\pi^0 J/\psi$ 系统的不变质量 $M(\pi^0\pi^0 J/\psi)$ 或 $\pi^0\pi^0 l^+l^-$ 的不变质量。该质量分布应在 $\psi(2S)$ 标称质量附近出现信号峰。

- 信号区 (Signal Region) 一般定义为以 $\psi(2S)$ 质量为中心、宽度覆盖信号峰 (如 $\pm 3\sigma$) 的区间。
- 本底估计使用文档推荐的数据驱动方法：在信号区两侧选取无信号的边带区域 (Sideband)，用边带内的事例分布拟合出平滑本底形状，外推至信号区得到 N_{bkg} 。文档第 2 页证实，检查不同 J/ψ 衰变道的误组合本底后，发现本底形状平滑，不存在峰状结构，这为边带法的应用提供了依据。

(6) 本底检验

- 利用 Inclusive MC 的 “topology” 分析工具 (文档第 3 页提及) 系统性地检验各种潜在本底过程。例如，检查 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi$ 以外的所有已知衰变道，特别是可能产生 4 个光子和轻子对的反应。
- 文档第 4 页特别指出，峰状本底 (Peaking backgrounds) 在本分析中水平极低 (约 0.1%)，无需恐慌。这意味着罕见本底过程不会在信号区产生假峰，保证了信号提取的可靠性。

(7) 信号提取与分支比计算

- 应用以上条件后，在数据的 $M(\pi^0 \pi^0 J/\psi)$ 分布上，用扩展最大似然法进行拟合 (信号加本底)。信号形状可由信号 MC 卷积高斯分布描述，本底形状由边带数据或平滑函数 (如多项式) 确定。
- 从拟合得到净信号数 $N_{\text{sig}} = N_{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}$ 。
- 总效率 ϵ 通过信号 Monte Carlo 模拟样本获得：用相同的选择流程处理模拟信号事例，计算效率因子 (或等效的分立效率乘积)。
- 将 N_{sig} 、 ϵ 和 $N_{\psi(2S)}$ 代入分支比公式，即可得到 $B(\psi(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi)$ 的测量值。