

1 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的分支比测量

1.1 分支比测量

在粒子物理中，分支比测量是描述一个粒子衰变方式的重要物理量。对于一个母粒子，他可能有多种衰变末态，每一种衰变方式的概率就是该衰变道的分支比。它的总衰变宽度 Γ_{total} 是所有可能衰变模式分宽度 Γ_i 之和，即 $\Gamma_{\text{total}} = \sum_i \Gamma_i$ 。因此分支比定义为

$$B(X \rightarrow f) = \frac{\Gamma(X \rightarrow f)}{\Gamma_X^{\text{total}}} \quad (1)$$

其中 $\Gamma(X \rightarrow f)$ 是母粒子 X 衰变到末态 f 的部分宽度， Γ_X^{total} 是母粒子的总宽度，即所有衰变方式的部分宽度之和。分支比是一个无量纲的百分数，所有衰变道的分支比之和为 100%。

分支比测量的实质，是反应截面的测量。在高能物理实验中，我们无法直接测量出母粒子的衰变次数，而是通过探测器记录末态粒子，再经过一系列分析来推断信号事例数。用测量推断得出的事件事例数等效衰变宽度后，分支比测量的公式表示为

$$B(X \rightarrow f) = \frac{N^{\text{sig}}}{\varepsilon N^X} = \frac{n^{\text{obs}} - n^{\text{bkg}}}{\varepsilon N^X} \quad (2)$$

这个式子的含义是：分支比 = 信号事例数 $\div$ (探测效率 $\times$ 母粒子总事例数)。其中 B 是待测分支比，无量纲， N^{sig} 是信号事例数， n^{obs} 是观测事例数， n^{bkg} 是预期的本底事例数， N^X 是总事例数， ε 是事例选择效率，该物理量的引入是由于探测器的几何接受度有限和重建算法不完美等原因，并非所有真实事件都被记录下来。

1.2 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的末态

$\psi(2S)$ 是粲偶素家族中 J/ψ 的第一径向激发态。它的一个主要衰变方式是强子跃迁： $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 。在这个衰变过程中，母粒子是 $\psi(2S)$ ，质量约为 $3.686 \text{ GeV}/c^2$ ，末态是 π^+ 、 π^- 和一个 J/ψ 介子。而介子 J/ψ 本身是不稳定的，会继续衰变。因此在实际实验分析中，末态取决于 J/ψ 如何衰变。

若为半单举测量，只要求 $J/\psi \rightarrow \text{anything}$ ，即不限制 J/ψ 的衰变方式。此时完整末态为： $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^- + \text{anything}$ 。若为遍举测量，要求 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ ，即限制 J/ψ 衰变到特殊末态。此时完整末态为： $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^- e^+e^-$ 或者 $\pi^+\pi^- \mu^+\mu^-$ 。

1.3 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的分支比的计算公式

分支比测量的通用公式是

$$B(X \rightarrow f) = \frac{N^{\text{sig}}}{\varepsilon N^X} = \frac{n^{\text{obs}} - n^{\text{bkg}}}{\varepsilon N^X} \quad (3)$$

而在实际分析中,常采用相对测量的方法来抵消部分系统误差。例如,在测量 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ 的分支比时,有

$$\begin{aligned}
 \therefore B_{\pi\pi J/\psi} &= \frac{\sigma_{\pi\pi J/\psi}}{\sigma_{\text{tot}}} = \frac{\frac{N_{\pi\pi J/\psi}}{L \cdot \epsilon_{\pi\pi J/\psi}}}{\frac{N_{\text{tot}}}{L}} \\
 \therefore B_{\pi\pi J/\psi} &= \frac{N_{\pi\pi J/\psi}}{\epsilon_{\pi\pi J/\psi} \times N_{\text{tot}}} \\
 \therefore B_{\pi\pi J/\psi} \times B_{ll} &= \frac{N_{\pi\pi ll}}{\epsilon_{\pi\pi ll} \times N_{\text{tot}}} \\
 B_{ll} &= \frac{B_{\pi\pi J/\psi} \times B_{ll}}{B_{\pi\pi J/\psi}} \\
 \therefore \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow l^+l^-) &= \frac{N_{\pi\pi ll} / \epsilon_{\pi\pi ll}}{N_{\pi\pi J/\psi} / \epsilon_{\pi\pi J/\psi}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

该式中总事例数 $N^{\psi(2S)}$ 被消掉了,避免了该误差来源。由于 $\epsilon_{\pi\pi ll} = \epsilon_{\pi\pi} \cdot \epsilon_{ll}$, π 的径迹效率可以相消。只剩下高动量的轻子需要仔细考虑,而高动量粒子的探测效率高、误差小。

结合上述公式,不难得出 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的相对测量法计算分支比的公式,单举测量没有通式,下面给出 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^- e^+e^-$ 或者 $\pi^+\pi^- \mu^+\mu^-$ 的公式。

$$\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow e^+e^-) = \frac{N_{\pi^+\pi^- e^+e^-} / \epsilon_{\pi^+\pi^- e^+e^-}}{N_{\pi\pi J/\psi} / \epsilon_{\pi\pi J/\psi}} \quad (5)$$

$$\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{N_{\pi^+\pi^- \mu^+\mu^-} / \epsilon_{\pi^+\pi^- \mu^+\mu^-}}{N_{\pi\pi J/\psi} / \epsilon_{\pi\pi J/\psi}} \quad (6)$$

1.4 事例选择

事例选择的目的是提高信噪比,有尽可能简单、尽可能保证效率的同时压低本底、尽可能利用运动学特征三条选择因素。以 BESIII 上典型的分析为例,事例选择通常包括以下内容:

- 对于软 π 候选者:
 - 顶点纵向位置: $|Vz| < 10 \text{ cm}$
 - 顶点横向位置: $|Vr| < 1 \text{ cm}$
 - 极角: $|\cos \theta| < 0.80$
 - 动量: $|\vec{p}| < 0.45 \text{ GeV}/c$
 - 所有满足上述条件的带电径迹都被假定为 π
- 至少 1 条正径迹 $n_{\text{Good}^+} \geq 1$ 和 1 条负径迹 $n_{\text{Good}^-} \geq 1$

- $\cos \theta_{\pi^+\pi^-} < 0.95$ ，即两个 π 不要完全背对背，以排除光子转换事例
- 假设所有带电径迹都是 π ，计算 $\pi^+\pi^-$ 的反冲质量： $M_{\pi^+\pi^-}^{\text{rec}} = \sqrt{(p_{\text{ecm}} - p_{\pi^+} - p_{\pi^-})^2}$
要求 $3.05 < M_{\pi^+\pi^-}^{\text{rec}} < 3.15 \text{ GeV}/c^2$ ，即反冲质量落在 J/ψ 的共振峰附近

2 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 的分支比测量

通过分析 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的分支比测量，采用类比的思想，可以得到如下

2.1 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 的末态

$\psi(2S)$ 强子跃迁： $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 。在这个衰变过程中，母粒子是 $\psi(2S)$ ，质量约为 $3.686 \text{ GeV}/c^2$ ，末态是 π^0 、 π^0 和一个 J/ψ 介子。由于 π^0 是中性粒子，所以在探测器不能直接探测。并且 π^0 的寿命极短，几乎在产生后立刻衰变，其最主要的衰变方式是双光子衰变： $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 。而介子 J/ψ 本身也是不稳定的，会继续衰变。因此在实际实验分析中，末态取决于 J/ψ 如何衰变。

若为半单举测量，只要求 $J/\psi \rightarrow \text{anything}$ ，即不限制 J/ψ 的衰变方式。此时完整末态为： $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi \rightarrow 4\gamma + \text{anything}$ 。若为遍举测量，要求 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ ，即限制 J/ψ 衰变到特殊末态。此时完整末态为： $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi \rightarrow 4\gamma e^+e^-$ 或者 $4\gamma\mu^+\mu^-$ 。

2.2 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 的分支比的计算公式

按照式 (4) 的形式，结合 π^0 和 J/ψ 的衰变方式，遍举测量时，即 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ 的分支比时，有

$$\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow e^+e^-) = \frac{N_{4\gamma e^+e^-} / \epsilon_{4\gamma e^+e^-}}{N_{\pi\pi J/\psi} / \epsilon_{\pi\pi J/\psi}} \quad (7)$$

$$\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{N_{4\gamma\mu^+\mu^-} / \epsilon_{4\gamma\mu^+\mu^-}}{N_{\pi\pi J/\psi} / \epsilon_{\pi\pi J/\psi}} \quad (8)$$

2.3 事例选择

在测量 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 的分支比时，事例选择通常包括以下几个内容：

- 对于软 π 候选者：
 - 顶点纵向位置： $|Vz| < 10 \text{ cm}$
 - 顶点横向位置： $|Vr| < 1 \text{ cm}$
 - 极角： $|\cos \theta| < 0.93$
 - 动量： $|\vec{p}| < 0.45 \text{ GeV}/c$

– 所有满足上述条件的带电径迹都被假定为 π

- 要求光子在电磁量能器中形成良好的簇射，能量阈值通常为 $E_\gamma > 25 \text{ MeV}$
- 通过组合光子对，要求其不变质量 $M_{\gamma\gamma}$ 落在 π^0 的标称质量 $135 \text{ MeV}/c^2$ 附近
- 将末态的 4 个光子 +2 个轻子的四动量之和约束为已知的 $\psi(2S)$ 四动量
- 计算 $\pi^0\pi^0$ 的反冲质量： $M_{\pi^0\pi^0}^{\text{rec}} = \sqrt{(p_{\psi(2S)} - p_{\pi_1^0} - p_{\pi_2^0})^2}$
要求 $3.05 < M_{\pi^0\pi^0}^{\text{rec}} < 3.15 \text{ GeV}/c^2$ ，即反冲质量落在 J/ψ 的共振峰附近