散射截面和初态辐射修正因子

周兴玉[1]

辽宁师范大学

第六届 Belle II 实验中国组冬季学校

2026 年 11 月 15 日，东南大学

[1] zhouxy@lnnu.edu.cn

内容纲要

1. 产生截面、积分亮度与事例数
2. 玻恩截面
3. 理论总截面
4. 产生截面
5. 例子：三种截面的一个比较

产生截面、积分亮度与事例数

- 产生截面（σ）、积分亮度（L）与事例数（N）之间的关系：

$$N = \sigma \cdot L$$

- 产生截面（σ）、瞬时亮度（$\frac{dL}{dt}$）与事例率（$\frac{dN}{dt}$）之间的关系：

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \cdot \frac{dL}{dt}$$

- 高能物理实验最基本的公式之一
- 产生截面反映该物理过程的产生几率，依赖于具体的物理过程
- 瞬时亮度反映加速器生产数据的能力，不依赖于具体的物理过程
- 积分亮度反映数据样本的大小，不依赖于具体的物理过程

玻恩截面

- 玻恩截面：最低阶费曼图对应的截面
- 连续过程 $(e^+e^- \to f)$：

$$\sigma_{\mathrm{B}}^{f}(s) \propto 1/s \quad \text{(近似公式)}$$

- 共振过程 $(e^+e^- \to X \to f)$：

$$\sigma_{\mathrm{B}}^{f}(s) = \frac{12\pi\Gamma_{ee}\Gamma_{f}}{(s-M^2)^2 + M^2\Gamma_{\mathrm{tot}}^2}$$

理论总截面 – 计算方法

- 正负电子在对撞过程中，不可避免地会辐射光子，损失能量，导致有效的对撞质心能量降低
- 理论总截面：考虑了初态辐射后的截面
- 连续过程 $(e^+e^- \to f)$:

$$\sigma_T^{\mathrm{f}}(s) = \int_0^X \sigma_{\mathrm{B}}^f(s(1-x)) \left| \frac{1}{1-\Pi(s(1-x)} \right|^2 F(s,x)dx,$$

- 共振过程 $(e^+e^- \to X \to f)$:

$$\sigma_T^{\mathrm{f}}(s) = \int_0^X \sigma_{\mathrm{B}}^f(s(1-x))F(s,x)dx,$$

- (dressed)共振参数中已经包含了真空极化的贡献

理论总截面 – 初态辐射修正函数

- 初态辐射修正函数有多种简化的表达式，下面是其中一种

$$F(s,x) = x^{v-1}v(1+\delta) + x^{v}\left(-v - \frac{v^2}{4}\right) + x^{v+1}\left(\frac{v}{2} - \frac{3}{8}v^2\right),$$

其中

$$\delta(v) = \frac{\alpha}{\pi}(\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2}) + \frac{3}{4}v + \left(\frac{9}{32} - \frac{\pi^2}{12}\right)v^2,$$

$$v(s) = \frac{2\alpha}{\pi}\left(\ln\frac{s}{m_e^2} - 1\right)。$$

理论总截面 – 几点说明

- 初态辐射修正因子 $(1+\delta)^{ISR}$：初态辐射修正后的截面与初态辐射修正前的截面之比
- 很多产生子在做模拟时，可以顺道(数值) 计算初态辐射修正因子
- 是否需要解析求解初态辐射修正之后的截面一般取决于是否需要做精确拟合
- Chin. Phys. C 41 (2017) 8, 083001
- 我（周兴玉）的博士毕业论文

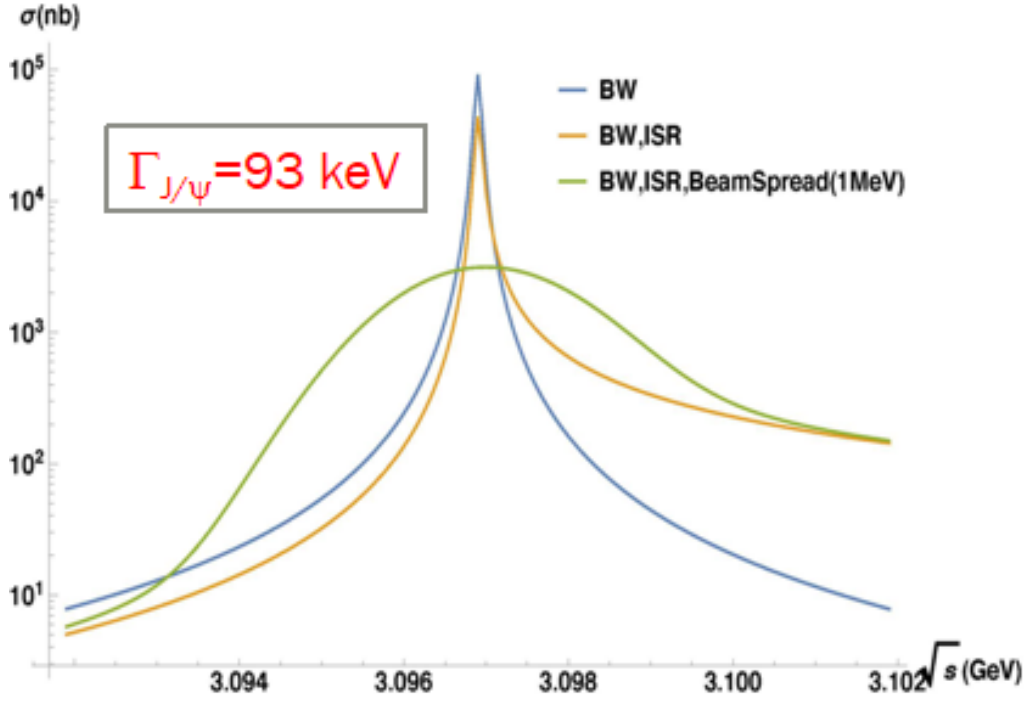
产生截面

- 束流中的正负电子能量并不是单一确定的，而是有一定的分布。这导致了对撞质心能量有一定的分布（正态分布，标准差称为能散）。

- 产生截面：考虑束流能散效应后的截面

$$\sigma_{\mathrm{G}}^{\mathrm{f}}(s)=\int \sigma_{\mathrm{T}}^{\mathrm{f}}(W)\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_W}\exp^{-\frac{(W-\sqrt{s})^2}{2(\sigma_W)^2}}\right)dW$$

例子：三种截面的一个比较



at J/ψ peak	Born	ISR	Δ=1 MeV
σ (nb)	9.1×10^4	4.4×10^4	3,100

Numbers & plot from Prof. Yuping Guo