



祭介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

祭介子散射的格点研究

方法和初步的结果

刘 川

北京大学 物理学院 理论物理研究所

贰零壹叁年六月



感谢

禁于散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 中国格点合作组的各位同仁
- 高能所、北大等单位的同仁的讨论
- 我的学生们：刘航、荔宁、郭宝仲、刘锦龙、刘永富、王湛林、雷育红



提纲

强介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

1 格点计算的理论框架

2 初步的结果

3 总结



Hadrons and resonances

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- Most hadrons are resonances
- hadronic resonance shows up in hadron-hadron scattering process
- 👉 How to handle resonance equivalent to how to handle scattering
- Distinction between eigenvalues/eigenstates of Hamiltonian and the hadrons on a finite lattice
- To really study scattering, one starts from Lüscher's formula



Lüscher's formula

格点量子色散的研究

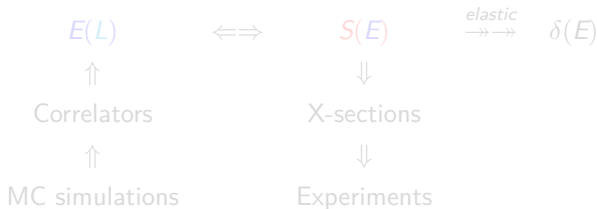
刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- Eigenvalues of Hamiltonian $\Leftrightarrow$ scattering matrix elements
- Consider a system in a finite box of size L (cubic, rectangular,...), the idea of Lüscher's formula looks like the following:





Lüscher's formula

格点量子色散的研究
点研究

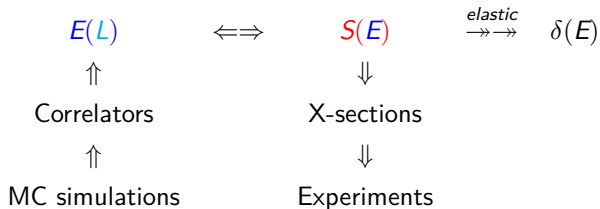
刘 明

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- Eigenvalues of Hamiltonian $\Leftrightarrow$ scattering matrix elements
- Consider a system in a finite box of size L (cubic, rectangular,...), the idea of Lüscher's formula looks like the following:





Lüscher's formula

强子散射的格
点研究

刘刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- In the simplest case (single channel, s-wave scattering, neglecting higher l contributions...):

$$\tan \delta_0(E) = \frac{\pi^{3/2} q}{\mathcal{Z}_{00}(1, q^2)} , \quad (1)$$

where q is related to E via

$$E = \sqrt{m_1^2 + k^2} + \sqrt{m_2^2 + k^2} , \quad q \equiv \frac{kL}{2\pi} . \quad (2)$$

- For small momentum, we will use

$$k \cot \delta(E) = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + \dots \quad (3)$$

with a_0 the scattering length and r_0 the effective range



Generalization of Lüscher's formula

格点量子色动力学的
格点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- multi-channel case
- asymmetric volumes
- particles with spin
- moving frames vs. Center of Mass (COM) frame
- twisted boundary conditions
- beyond two-particle scattering
- ...



What we are studying...

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- currently only Center Of Mass (COM) frame
- implementing moving frames and/or twisted boundary conditions is possible
- no multi-channel effects are taken into account yet
 - what about $J/\psi\pi^\pm$?



Charmed meson interpolating operators

强子散射的格点研究

刘 刚

格点计算的理论和框架

初步的结果

总结

- We use the following interpolating operators

$$\mathcal{P}^{(d)}(\mathbf{x}, t) = [\bar{d}\gamma_5 c](\mathbf{x}, t), \quad \bar{\mathcal{P}}^{(d)}(\mathbf{x}, t) = \bar{c}\gamma_5 d(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

similarly one defines $\mathcal{P}^{(u)}$ and $\bar{\mathcal{P}}^{(u)}$ with the d -quark fields substituted by u -quark fields

- the corresponding operators with definite momentum

$$\mathcal{P}^{(d/u)}(\mathbf{k}, t) = \sum_{\mathbf{x}} \mathcal{P}^{(d/u)}(\mathbf{x}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (5)$$

- similarly for vector and axial vector operators: $\mathcal{V}_i^{(d/u)}, \bar{\mathcal{V}}_i^{(d/u)}, \mathcal{A}_i^{(d/u)}, \bar{\mathcal{A}}_i^{(d/u)},$



$I^G(J^{PC})$ considerations

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

■ operators for P - V scattering

$$1^+(1^{+c}) : \begin{cases} D^{*+} \bar{D}^0 + c \bar{D}^{*0} D^+ \\ D^{*-} \bar{D}^0 + c \bar{D}^{*0} D^- \\ [D^{*0} \bar{D}^0 - D^{*+} D^-] + c [\bar{D}^{*0} D^0 - D^{*-} D^+] \end{cases} \quad (6)$$

$$0^+(1^{+c}) : [D^{*0} \bar{D}^0 + D^{*+} D^-] + c [\bar{D}^{*0} D^0 + D^{*-} D^+] \quad (7)$$



$I^G(J^{PC})$ considerations

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

■ V - V scattering

$$I = 1 : \begin{cases} D^{*+} \bar{D}^{*0} \\ D^{*-} \bar{D}^{*0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [D^{*0} \bar{D}^{*0} - D^{*+} D^{*-}] \end{cases} \quad (8)$$

$$I = 0 : \frac{1}{\sqrt{2}} [D^{*0} \bar{D}^{*0} + D^{*+} D^{*-}] \quad (9)$$



$I^G(J^{PC})$ considerations

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

■ $A-V$ scattering (S-wave, $J^P = 0^-$)

$$I = 1 : \begin{cases} D^{*+} \bar{D}_1^0 + c \bar{D}^{*0} D_1^- \\ D^{*-} \bar{D}_1^0 + c \bar{D}^{*0} D_1^+ \\ [D^{*0} \bar{D}_1^0 - D^{*+} D_1^-] + c [\bar{D}^{*0} D_1^0 - D^{*-} D_1^+] \end{cases} \quad (10)$$

$$I = 0 : [D^{*0} \bar{D}_1^0 + D^{*+} D_1^-] + c [\bar{D}^{*0} D_1^0 + D^{*-} D_1^+] \quad (11)$$



Finite lattice symmetries

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- V - V scattering, A_1 channel,

$$\mathcal{O}_\alpha^{(A_1)}(t) = \sum_{i, R \in G} \mathcal{V}_i^{(u)}(-R \circ \mathbf{k}_\alpha, t+1) \mathcal{V}_i^{(d)}(+R \circ \mathbf{k}_\alpha, t) \quad (12)$$

where α is a label to indicate different momentum modes $\mathbf{k}_\alpha$ in finite volume and $R \in G$ is a rotation of the cubic group

- one considers the correlation matrix:

$$C_{\alpha\beta}^{(A_1)}(t, 0) = \langle \mathcal{O}_\alpha^{(A_1)}(t) \mathcal{O}_\beta^{(A_1)\dagger}(0) \rangle. \quad (13)$$

This translates to various Wick contractions (quark propagators)

- 👉 Diagonalizing $C_{\alpha\beta}(t)$, $\lambda_\alpha(t) \sim e^{-E_\alpha t}$ one gets the two-particle energies: E_α



Wick contractions

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结





Preliminary results: Lattice configurations

强子散射的格
点研究

刘 刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- Use $N_f = 2$ twisted mass configurations from ETMC
- lattice size: $32^3 \times 64$
- lattice spacing: $a = 0.067\text{fm}$ ($\beta = 4.05$)
- pion mass: 300, 420, 485 MeV ($\mu = 0.003, 0.006, 0.008$)
- $N_{conf} = 201$



Numerical computations

强介子散射的格
点研究

刘刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 感谢天津国家计算中心、北京市计算中心的大力支持
- carried out on both GPU's and CPU's
- only preliminary results for one pion mass $m_\pi = 485\text{MeV}$ is available ($\mu = 0.008$)
- $D^+ \bar{D}^{*0} - \bar{D}^0 D^{*+}$ computed



Data analysis

强子散射的格
点研究

刘刚

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- recall that at low-momenta, we have:

$$k \cot \delta(k) = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + \dots \quad (14)$$

with a_0 the scattering length and r_0 the effective range

- Utilize Lüscher's formula to get $k \cot \delta(k)$ vs. $k^2 \propto q^2$ and fit $1/a_0$ and r_0



Preliminary result for $\mu = 0.008$

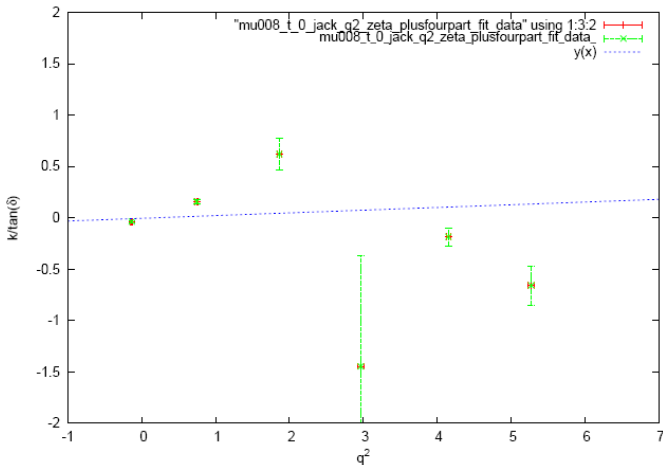
格点量子散射的格点研究

刘川

格点计算的理论框架

初步的结果

总结





Preliminary result for $\mu = 0.008$

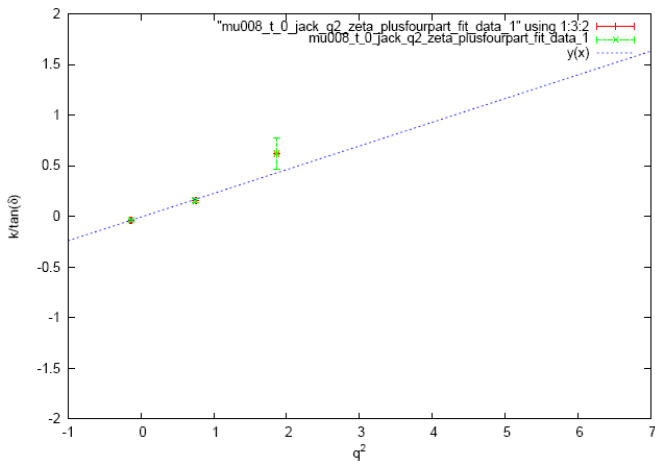
格点量子色动力学
格点研究的
应用

应用

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结





numerical results (preliminary)

格点介子散射的格点研究

刘刚

格点计算的理论框架

初步的结果

总结

- The data points are fitted using

$$k \cot \delta(k) = A + Bq^2 \quad (15)$$

with $A = 1/a_0$ and $B = 2\pi^2 r_0/L^2$. We obtain:

$$A = -0.006(11), \quad B = 0.23(3) . \quad (16)$$

👉 Note that A is compatible with 0 (infinite scattering length!), which translates to physical units as:

$$a_0 \simeq -11.5(20.8) fm, \quad r_0 \simeq 0.8(1) fm \quad (17)$$

👉 a_0 is large!



总结

赅介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 1 目前似乎预示着在阈值附近有一个束缚态或共振态;
- 2 由于仅仅是一个 m_π 处的结果, 又因 $1/a_0$ 十分敏感, 不排除其他 m_π 值出来以后再做手征外推, 最终结果会有变化
- 3 要区分是束缚态还是共振态, 恐怕还需要不同体积的格点
- 4 so stay tuned...



总结

强介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 1 目前似乎预示着在阈值附近有一个束缚态或共振态;
- 2 由于仅仅是一个 m_π 处的结果, 又因 $1/a_0$ 十分敏感, 不排除其他 m_π 值出来以后再做手征外推, 最终结果会有变化
- 3 要区分是束缚态还是共振态, 恐怕还需要不同体积的格点
- 4 so stay tuned...



总结

强介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 1 目前似乎预示着在阈值附近有一个束缚态或共振态;
- 2 由于仅仅是一个 m_π 处的结果, 又因 $1/a_0$ 十分敏感, 不排除其他 m_π 值出来以后再做手征外推, 最终结果会有变化
- 3 要区分是束缚态还是共振态, 恐怕还需要不同体积的格点
- 4 so stay tuned...



总结

强介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

- 1 目前似乎预示着在阈值附近有一个束缚态或共振态;
- 2 由于仅仅是一个 m_π 处的结果, 又因 $1/a_0$ 十分敏感, 不排除其他 m_π 值出来以后再做手征外推, 最终结果会有变化
- 3 要区分是束缚态还是共振态, 恐怕还需要不同体积的格点
- 4 so stay tuned...



欢迎各位专家多提宝贵意见!

黎介子散射的格
点研究

格点计算的理论
框架

初步的结果

总结

