



重味夸克在热密介质中的传输与热化

学生：邢文静

指导老师：秦广友



- 引言
- 相对论重离子碰撞的几何--Glauber模型
- 重味夸克的输运方程
- 重夸克在静态介质中的热化
- 总结与展望



引言

极端条件下的核物质

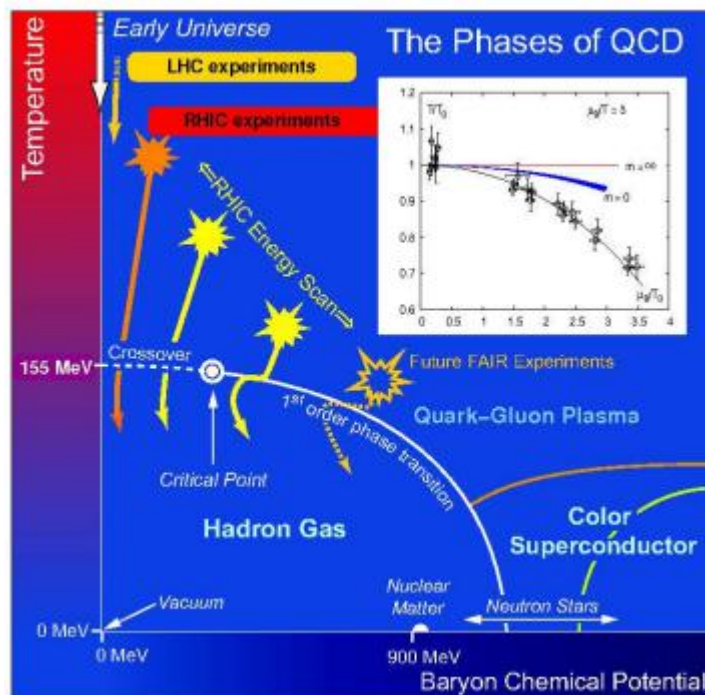
量子色动力学(QCD): 描述色荷(夸克和胶子)之间强相互作用的标准动力学理论

色禁闭: 不存在自由夸克和胶子

渐进自由: 当夸克之间的距离非常近时, 夸克之间的相互作用力非常小, 夸克几乎处在“自由”状态

在极高温和高密度的条件下:

强子物质形态 $\xrightarrow{\text{色解禁}}$ 夸克胶子等离子体(QGP)形态



三大形态：

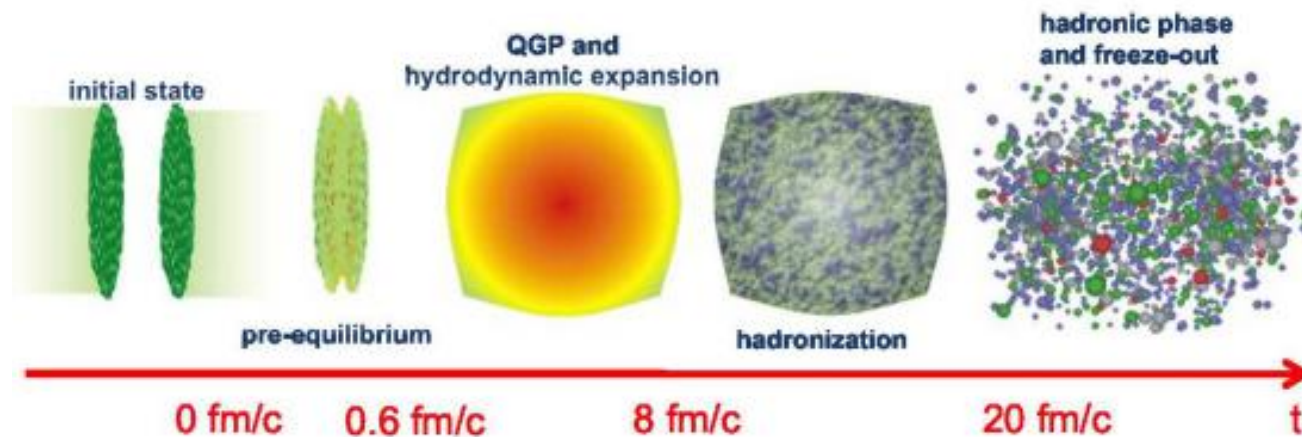
强子态

夸克胶子等离子体

色超导

美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机(RHIC)：每核子对质心能量200GeV(Au、Cu、U)

欧洲核子中心的大型强子对撞机(LHC)：每核子对质心能量2.76TeV和5.1TeV(Pb)



初始条件：Glauber模型和KLN-CGC模型

QGP演化：流体力学

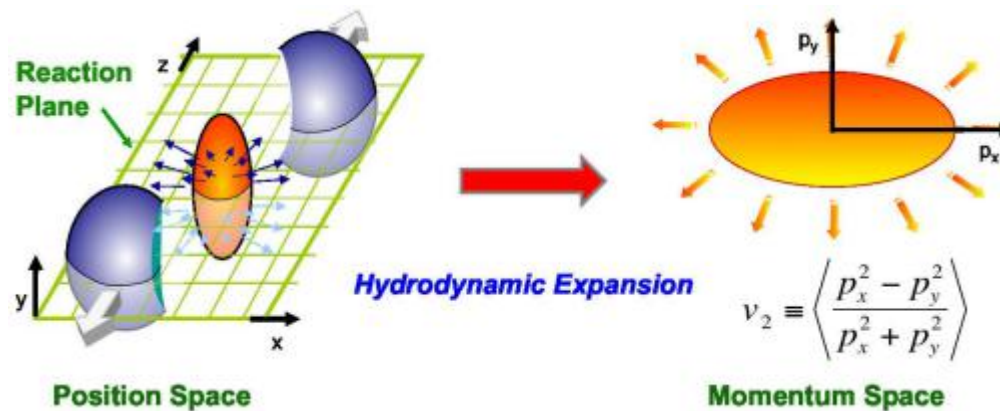
强子化：横动量不同的部分的强子化机制不同

探针：软强子、硬强子

软强子的各向异性流

软强子：横动量很小

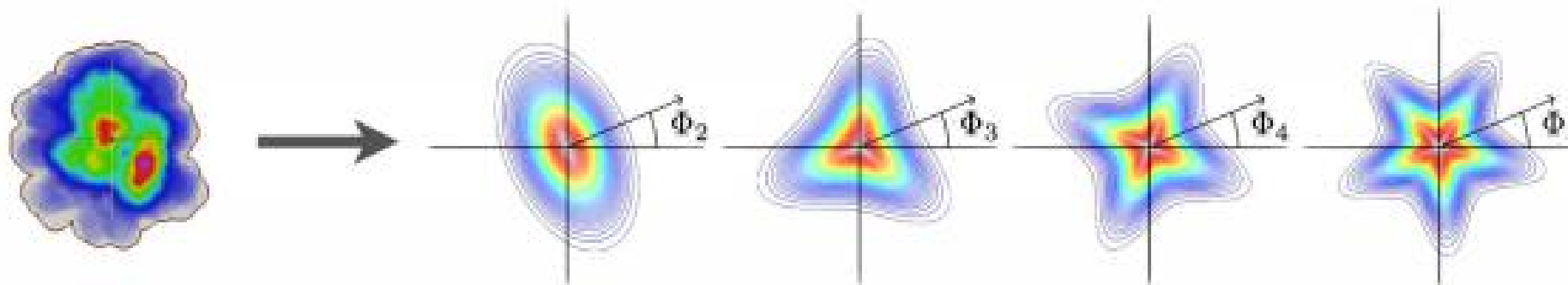
$$\epsilon_2 = \frac{\langle y^2 - x^2 \rangle}{\langle y^2 + x^2 \rangle}$$



初始碰撞几何 ϵ_n

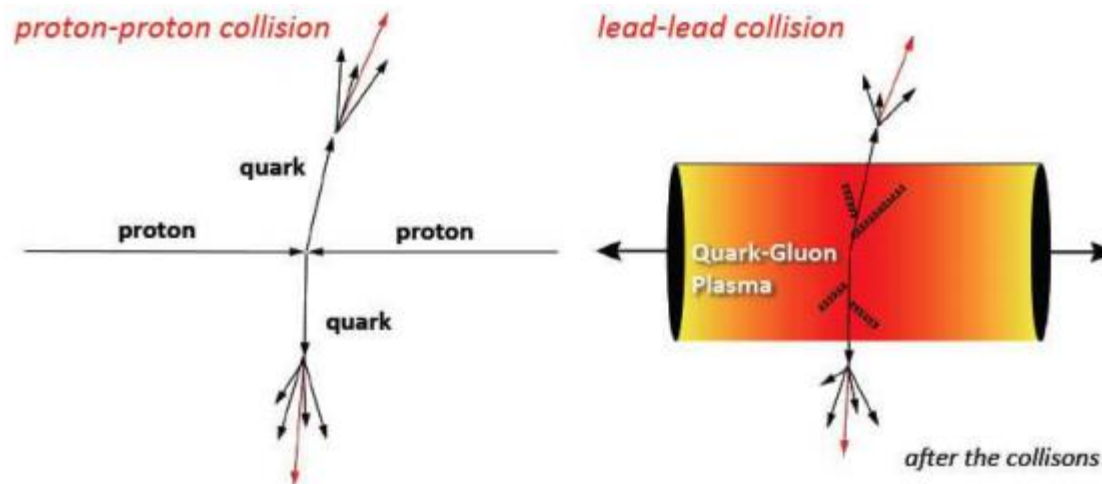
流体力学演化

末态动量空间的各项异性流 v_n



喷注淬火

硬探针：横动量很大



核修正因子:
$$R_{AA} = \frac{d^2 N_{AA}^i / dy dp_T}{N_{coll}(b) \times d^2 N_{pp}^i / dy dp_T}$$

如果有介质修正效应，则： $R_{AA} < 1$

例子：重味夸克(粲夸克、底夸克)

$$M_c \approx 1.5 GeV$$

$$M_b \approx 4.7 GeV$$



相对论重离子碰撞的几何--Glauber模型

Glauber 模型

假设：核-核碰撞可以简单地看做独立的核子-核子对碰撞的叠加

核内核子密度的分布：Wood-Saxon分布

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + \omega(r/R)^2}{1 + \exp(\frac{r-R}{a})}$$

$$\rho_0: \text{核中心核子的密度} \quad \rho = 0.1693 \text{ fm}^{-3}$$

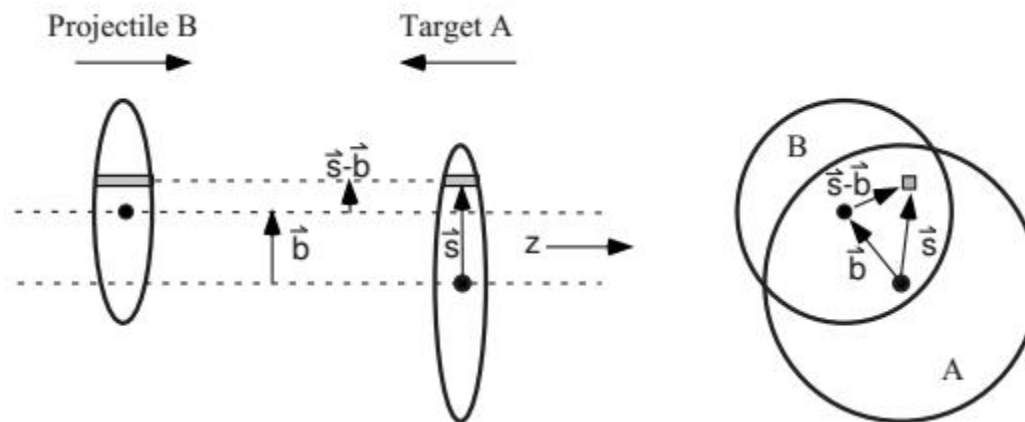
$$R: \text{核半径} \quad R = 6.38 \text{ fm}$$

$$a: \text{趋肤深度} \quad a = 0.535 \text{ fm}$$

$$\omega: \text{一般取零}$$

$$\text{核子-核子非弹性散射截面: } \sigma_{inel}^{NN} = 42 \text{ mb} \quad (\text{RHIC实验室测得})$$

光学(Optical)Glauber 模型

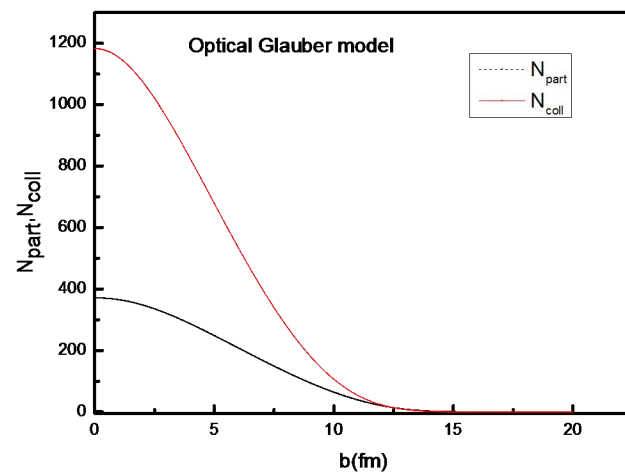
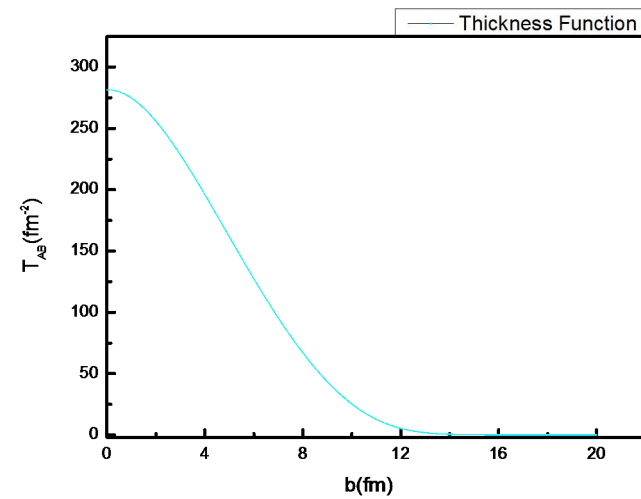
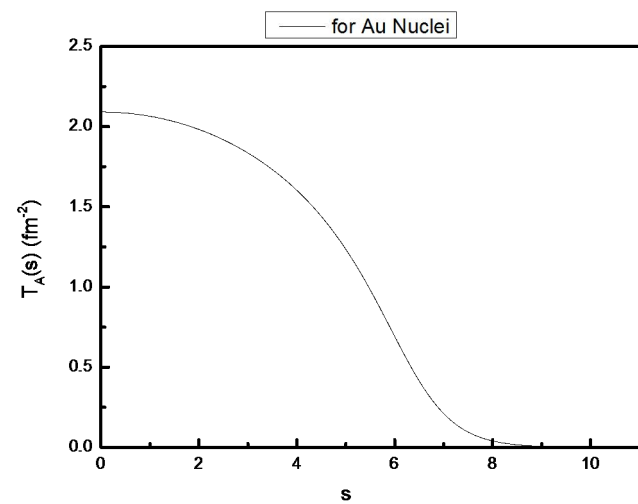


A核内单位横平面上发现一个核子的概率: $T_A = \int \hat{\rho}_A(\vec{s}, z_A) dz_A \quad \int d^3r \hat{\rho}_A(r) = 1$

有效重叠函数: $\hat{T}_{AB}(\vec{b}) = \int \hat{T}_A(\vec{s}) \hat{T}_B(\vec{s} - \vec{b}) d^2s$

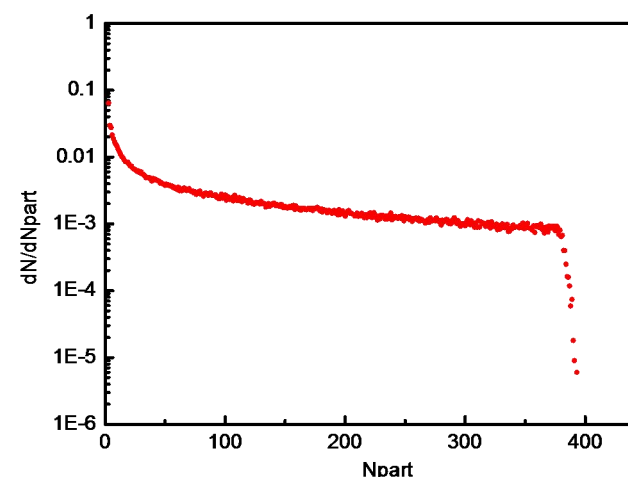
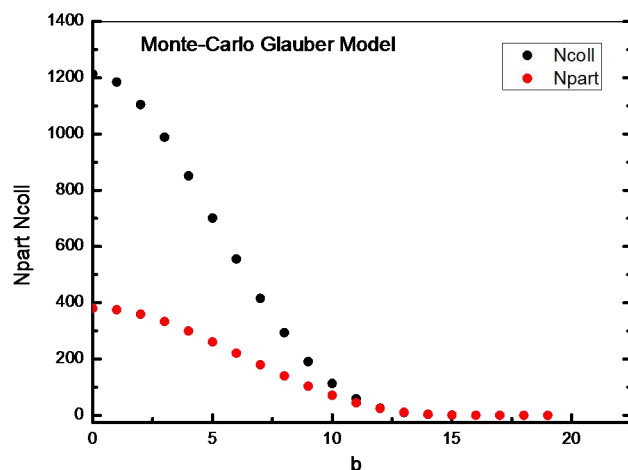
总的碰撞对数: $N_{coll} = AB \hat{T}_{AB}(\vec{b}) \sigma_{inel}^{NN}$

总的参与碰撞的粒子数: $N_{part}(\vec{b}) = A \int \hat{T}_A \{1 - [1 - \hat{T}_B(\vec{s} - \vec{b}) \sigma_{inel}^{NN}]^B\} d^2s$
 $+ B \int \hat{T}_B \{1 - [1 - \hat{T}_A(\vec{s} - \vec{b}) \sigma_{inel}^{NN}]^A\} d^2s$



蒙特-卡洛(Monte-Carlo) 模型

两个粒子(分别来自A核、B核)发生碰撞的条件: $d \leq \sqrt{\sigma_{inel}^{NN} / \pi}$



对心度 (centrality) $\downarrow$	N_{part} 范围 $\downarrow$	$\langle N_{part} \rangle$ $\downarrow$	$\langle b \rangle$ $\downarrow$
0 ~ 10% $\downarrow$	277 ~ 394 $\downarrow$	326.73 $\downarrow$	3.12 $\downarrow$
10% ~ 20% $\downarrow$	198 ~ 277 $\downarrow$	235.70 $\downarrow$	5.66 $\downarrow$
20% ~ 30% $\downarrow$	139 ~ 198 $\downarrow$	167.07 $\downarrow$	7.34 $\downarrow$
30% ~ 40% $\downarrow$	94 ~ 139 $\downarrow$	115.29 $\downarrow$	8.69 $\downarrow$
40% ~ 50% $\downarrow$	60 ~ 94 $\downarrow$	76.12 $\downarrow$	9.86 $\downarrow$
$\geq 50\%$ $\downarrow$	0 ~ 60 $\downarrow$	19.14 $\downarrow$	12.81 $\downarrow$

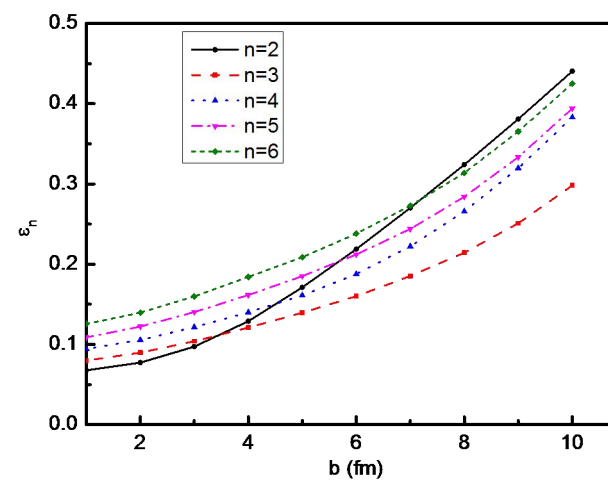
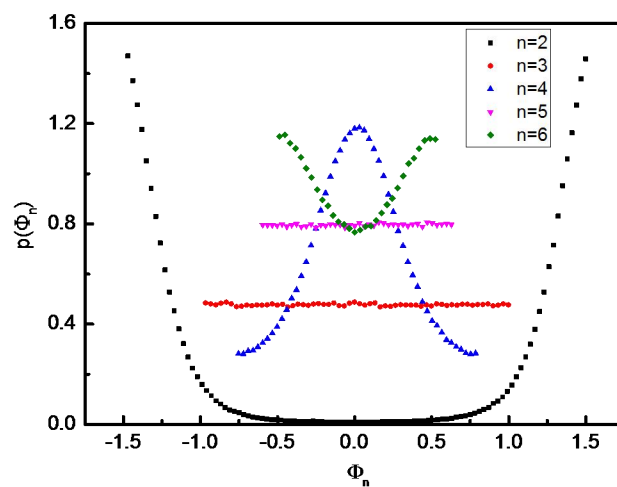
初始碰撞几何

偏心率矢量: $\vec{\varepsilon}_n = \varepsilon_n e^{in\Phi_n}$

偏心率大小 $\varepsilon_n = \sqrt{\langle r_{\perp}^n \cos(n\phi) \rangle^2 + \langle r_{\perp}^n \sin(n\phi) \rangle^2} / \langle r_{\perp}^n \rangle$

对称轴指向 $\Phi_n = \frac{1}{n} \arctan \frac{\langle r_{\perp}^n \sin(n\phi) \rangle}{\langle r_{\perp}^n \cos(n\phi) \rangle}$

其中 $r_{\perp} = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\phi = \arctan(y/x)$





重夸克的输运方程

- 玻尔兹曼方程(Boltzmann Equation)



取小动量传输极限

- 福克-普朗克方程(Fokker-Planck Equation)



随机化

- 朗之万方程(Langevin Equation)

玻尔兹曼方程(Boltzmann Equation)

给定重夸克在相空间的分布 $f_Q(t, \vec{x}, \vec{p})$, 其演化可用玻尔兹曼方程描述如下:

$$\frac{d}{dt} f_Q(t, \vec{x}, \vec{p}) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p_i}{E_{\vec{p}}} + F_i \frac{\partial}{\partial p_i} \right] f_Q(t, \vec{x}, \vec{p}) = C[f_Q] \quad (1)$$

$E_{\vec{p}}$: 重夸克的能量

F_i : 平均场力

$C[f_Q]$: 碰撞积分

忽略平均场力, 将位置空间先积分化, 我们可以得到: $\frac{\partial}{\partial t} f_Q(t, \vec{p}) = C[f_Q] \quad (2)$

$$C[f_Q] = \int d^3k [\omega(\vec{p} + \vec{k}, \vec{k}) f_Q(\vec{p} + \vec{k}) - \omega(\vec{p}, \vec{k}) f_Q(\vec{p})] \quad (3)$$

ω : 重夸克与介质相互作用产生的动量的变化率

福克-普朗克方程(Fokker-Planck Equation)

当 $|\vec{k}| \leq |\vec{p}|$

$$\omega(\vec{p} + \vec{k})f_Q(\vec{p} + \vec{k}) \approx \omega(\vec{p}, \vec{k})f_Q(\vec{p}) + k_i \frac{\partial}{\partial p_i} [\omega(\vec{p}, \vec{k})f_Q(\vec{p})] + \frac{1}{2} k_i k_j \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_j} [\omega(\vec{p}, \vec{k})f_Q(\vec{p})] \quad (4)$$

玻尔兹曼方程简化成福克-普朗克方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} f_Q(t, \vec{p}) = \frac{\partial}{\partial p_i} \{A_i(\vec{p})f_Q(t, \vec{p}) + \frac{\partial}{\partial p_j} [B_{ij}(\vec{p})f_Q(t, \vec{p})]\} \quad (5)$$

$$\text{阻力系数: } A_i(\vec{p}) = \int d^3k \omega(\vec{p}, \vec{k}) k_i \quad (6)$$

$$\text{扩散系数: } B_{ij}(\vec{p}) = \frac{1}{2} \int d^3k \omega(\vec{p}, \vec{k}) k_i k_j \quad (7)$$

假设介质处于局域平衡，阻力系数和扩散系数的方向仅依赖于动量的方向，则：

$$\begin{aligned} A_i(\vec{p}) &= A(\vec{p})p_i \\ B_{ij}(\vec{p}) &= B_0(\vec{p})P_{ij}^{\parallel}(\vec{p}) + B_1(\vec{p})P_{ij}^{\perp}(\vec{p}) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{其中动量在纵向和横向上的投影算符为：} \quad P_{ij}^{\parallel}(\vec{p}) \equiv \frac{p_i p_j}{\vec{p}^2}, P_{ij}^{\perp}(\vec{p}) \equiv \delta_{ij} - \frac{p_i p_j}{\vec{p}^2} \quad (9)$$

假设纵向上的输运系数等于横向上的输运系数 $B(\vec{p}) = B_0(\vec{p}) = B_1(\vec{p})$

且输运系数的大小仅仅依赖于动量(能量)的大小，即取 $A(E)$ 、 $B(E)$

物理上要求在无限时间内，重夸克应该与介质达到热平衡，即： $f_Q(\vec{p}, t \rightarrow \infty) \propto e^{-E/T}$

代入(5)式，可得“扩散-耗散关系”

$$A(E)ET - B(E) + TB'(E) = 0 \quad (10) \quad \text{“爱因斯坦关系”}$$

朗之万方程(Langevin Equation)

对于单粒子的布朗运动，用经典朗之万方程描述为：

$$\begin{aligned} dx_i &= \frac{p_i}{E_{\vec{p}}} dt \\ dp_i &= -\Gamma p_i dt + F_i^{thermal} dt \end{aligned} \quad (11) \quad \text{其中} \quad F_i^{thermal} = \frac{1}{\sqrt{dt}} C_{ik} \rho^k$$

阻力系数和热噪声是时间、位置、动量的函数，且 $P(\vec{\rho}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \exp\left(-\frac{\vec{\rho}^2}{2}\right)$

$$\begin{aligned} \text{随机力满足关联函数: } \langle F_i^{thermal}(t) F_j^{thermal}(t') \rangle &= \frac{1}{dt} \langle C_{ik} \rho^k C_{jl} \rho^l \rangle_{\rho} = \frac{1}{dt} C_{ik} C_{jl} \delta^{kl} \delta_{tt'} \\ &= C_{ik} C_{jl} \delta(t-t') \equiv \kappa_{ij} \delta(t-t') \end{aligned} \quad (12)$$

$\kappa_{ij} = C_{ik} C_{jl} \delta^{kl}$ 表示重夸克在动量空间的扩散系数

$$\begin{aligned} \text{取 } \Gamma &\rightarrow \Gamma(t, \vec{x}, \vec{p} + \xi d\vec{p}) \\ C_{ik} &\rightarrow C_{ik}(t, \vec{x}, \vec{p} + \xi d\vec{p}) \end{aligned} \quad (13)$$

將 $p_i(t + \varepsilon) = p_i(t) - \varepsilon \Gamma[\vec{p} + \xi d\vec{p}] p_i(t) + \sqrt{\varepsilon} C_{ik}[\vec{p} + \xi d\vec{p}] \rho^k$ 展开

$$\begin{aligned} p_i(t + \varepsilon) &= p_i(t) - \varepsilon \Gamma[\vec{p}(t)] p_i(t) + \sqrt{\varepsilon} C_{ik}[\vec{p}(t)] \rho^k + \sqrt{\varepsilon} \rho^k \frac{\partial C_{ik}[\vec{p}(t)]}{\partial p_j} \sqrt{\varepsilon} \xi C_{jl}[\vec{p}(t)] \rho^l \\ &= p_i(t) - \varepsilon \Gamma[\vec{p}(t)] p_i(t) + \sqrt{\varepsilon} C_{ik}[\vec{p}(t)] \rho^k + \varepsilon \frac{\partial C_{ik}[\vec{p}(t)]}{\partial p_j} \xi C_{jl}[\vec{p}(t)] \rho^k \rho^l \end{aligned} \quad (14)$$

数学上:

$$\begin{aligned} f_Q(\vec{x}, \vec{p}, t + \varepsilon) &= \int d^3 x' d^3 p' f_Q(\vec{x}', \vec{p}', t) \delta^{(3)}(x_i - x'_i - \varepsilon \frac{p'_i}{E_{\vec{p}'}}) \\ &\quad \times \left\langle \delta^{(3)}[p_i - p'_i + \varepsilon \Gamma(\vec{p}') p'_i - \sqrt{\varepsilon} C_{ik} \rho^k - \varepsilon \xi C_{jl}(\vec{p}') \frac{\partial C_{ik}(\vec{p}')}{\partial p'_j} \rho^k \rho^l] \right\rangle_{\rho} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p_m}{E_{\vec{p}}} \frac{\partial}{\partial x_m} \right) f_Q(\vec{x}, \vec{p}, t) &= \frac{\partial}{\partial p_m} \left\{ [\Gamma(\vec{p}) p_m - \xi C_j^k \frac{\partial C_{mk}(\vec{p})}{\partial p_j}] f_Q(\vec{x}, \vec{p}, t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p_n} [C_{mk}(\vec{p}) C_n^k(\vec{p}) f_Q(\vec{x}, \vec{p}, t)] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

如果设: $A_m(\vec{p}) = \Gamma(\vec{p})p_m - \xi C_j^k(\vec{p}) \frac{\partial C_{mk}(\vec{p})}{\partial p_j}$ 式(16)则是福克-普朗克方程

$$B_{mn}(\vec{p}) = \frac{1}{2} C_{mk}(\vec{p}) C_n^k(\vec{p})$$

$$C_{mk}(\vec{p}) = \sqrt{2B_0} P_{mk}^{\parallel} + \sqrt{2B_1} P_{nk}^{\perp} = \sqrt{2B(\vec{p})} \delta_{mk} \quad \kappa_{mn}(\vec{p}) = C_{mk}(\vec{p}) C_n^k(\vec{p}) = 2B(\vec{p}) \delta_{mn} \equiv \kappa(\vec{p}) \delta_{mn}$$

$$\longrightarrow C_{mk}(\vec{p}) = \sqrt{2\kappa} \delta_{mk}$$

朗之万方程的“涨落-耗散关系”: $2\Gamma(E)ET - \kappa(E) + (1-\xi) \frac{1}{E} T \kappa'(E) = 0$

取 $\xi=1$ 或是扩散系数不依赖于能量 $\Gamma = \kappa / 2TE$

朗之万方程: $x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \frac{p_i(t)}{E_{\vec{p}}(t)} \Delta t$

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t) - \Gamma(\vec{p}(t)) p_i(t) \Delta t + F_i^{thermal} \Delta t$$

$$\left\langle F_i^{thermal}(t) F_j^{thermal}(t + n\Delta t) \right\rangle_{\rho} = \frac{\kappa}{\Delta t} \delta_{ij} \delta_{0n}$$

空间扩散系数: $D = \frac{T}{M\Gamma} = \frac{2T^2}{\kappa}$



粲夸克在静态介质中的热化

热化标准

在一个固定温度的介质中，如果没有任何内在的流动，我们可以将热化的重夸克看做是一个正则系统：

$$f(\vec{p})dp_x dp_y dp_z = \frac{V}{Z} e^{-\beta E} dp_x dp_y dp_z$$

V 是位置空间的体积

Z 是配分函数

$$\frac{dN}{d^3 p} \propto e^{-E/T}$$

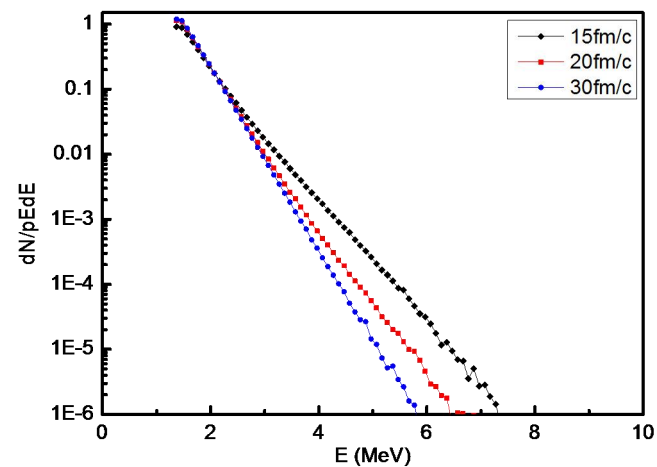
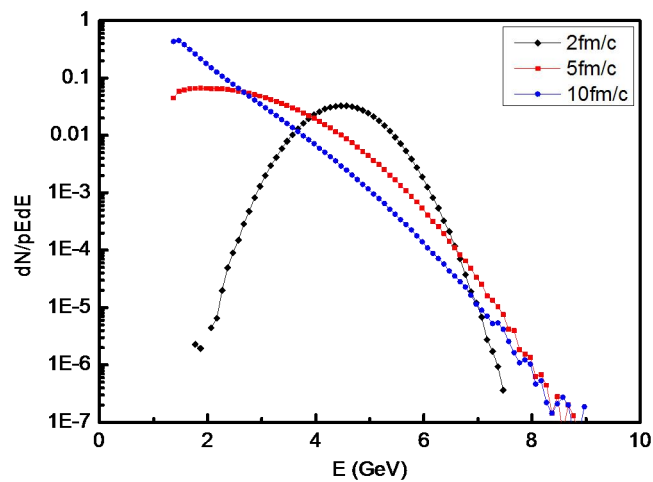
因为 $d^3 p = p^2 dp d\Omega = p E dE d\Omega$

$$\frac{dN}{p E dE} = C e^{-E/T}$$

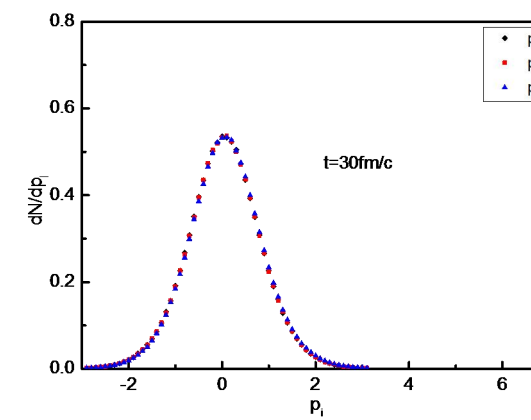
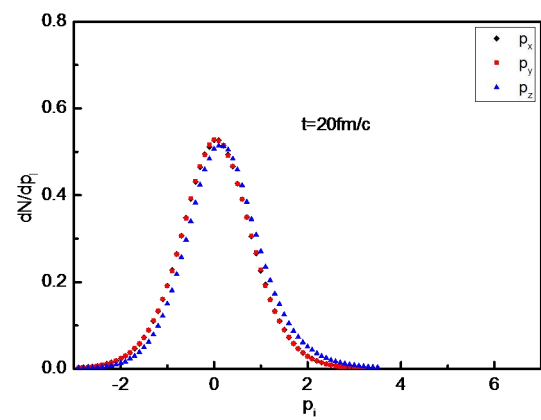
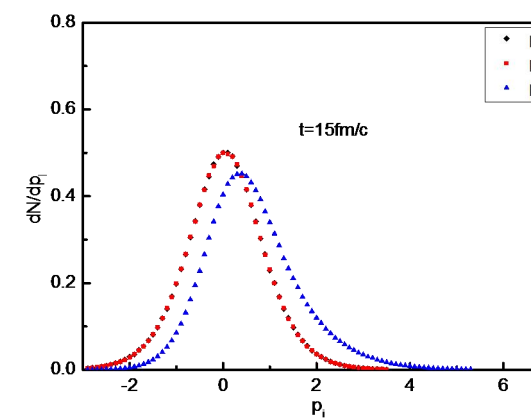
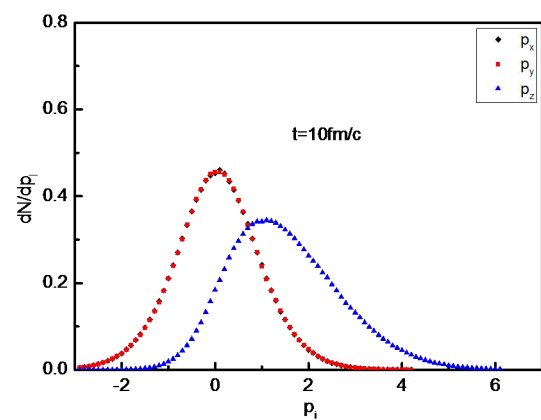
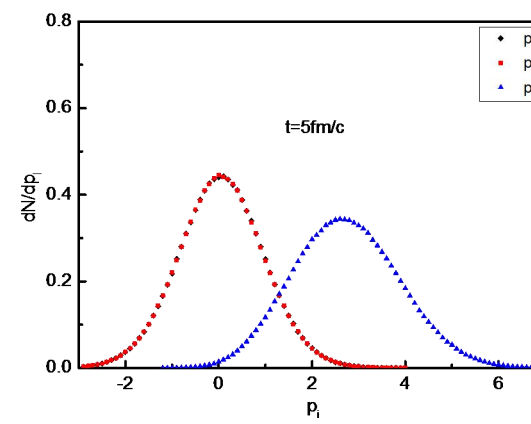
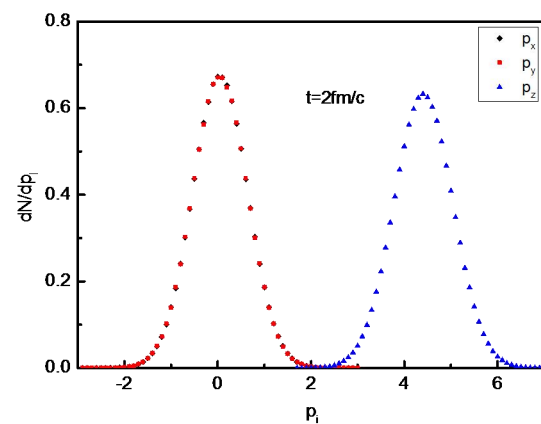
粲夸克在静态介质中的热化

- 静态介质温度: $T=300\text{MeV}$
- 粲夸克: $p_x = 0$ $p_y = 0$ $p_z = 5 \text{ GeV}$
- 空间扩散系数: $D = 6 / (2\pi T)$

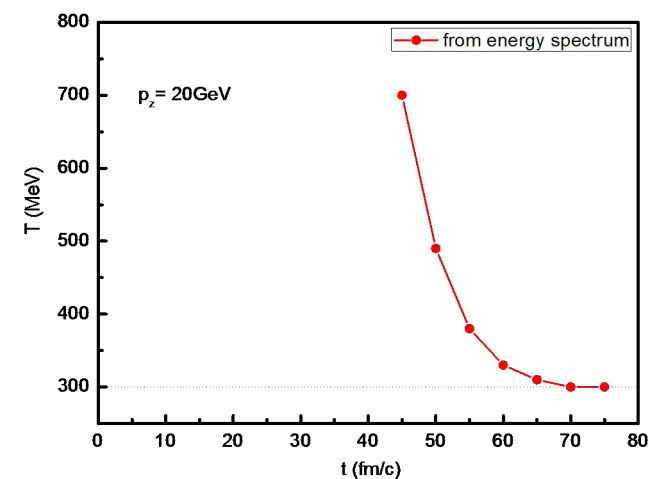
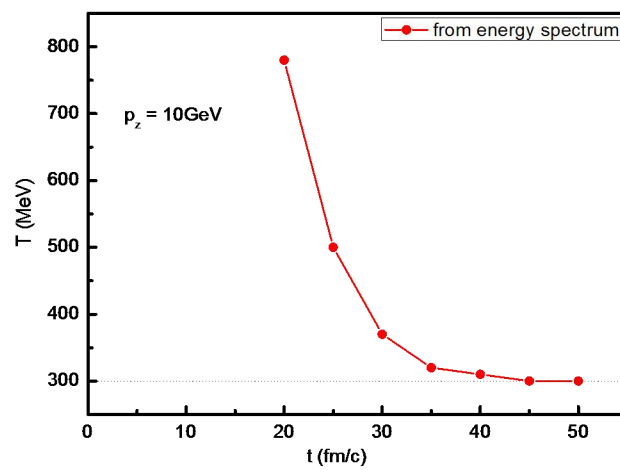
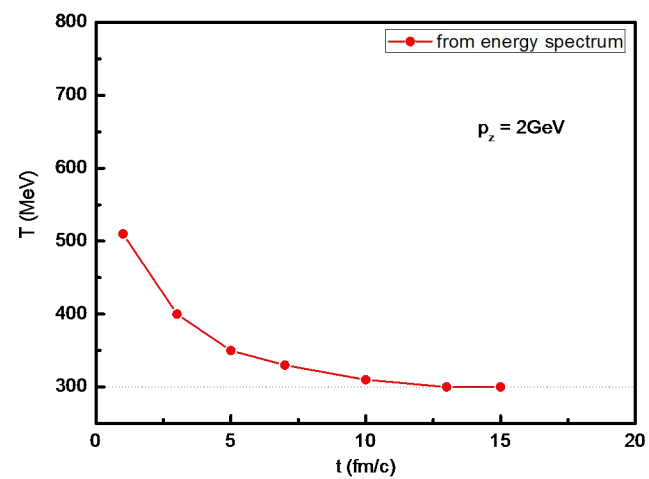
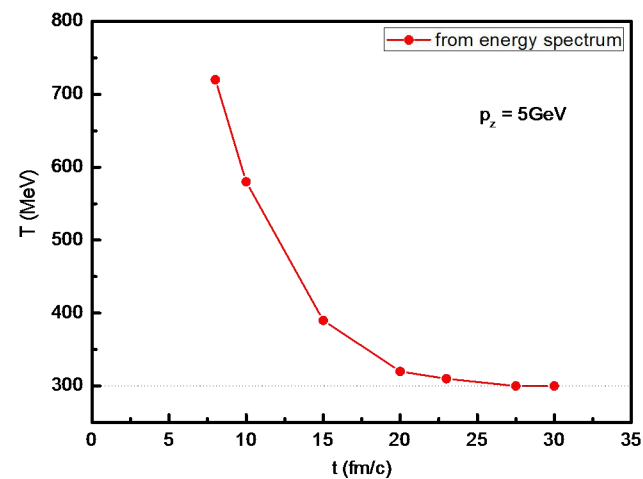
能量谱



动量谱



热化时间以及其对初始能量的依赖性



总结与展望

总结

- 利用Glauber模型研究了相对论重离子碰撞的几何。
- 学习了重味夸克传输的三个输运方程(Boltzmann、Fokker-Planck、Langevin)。
- 利用朗之万输运模型研究了重味夸克在静态介质中的传输与热化。

展望

- 研究当重味夸克的初始能量满足一定的分布时($\frac{dN}{d^2 p_T} \propto \frac{1}{(p_T^2 + \Lambda^2)^\alpha}$), 其在静态介质中传输与热化。
- 研究重味夸克在QGP介质中的传输与热化。
- 研究重味强子的核修正, 如D介子的核修正。
- 最新理论和实验研究表明D_s介子的核修正与D介子不一样, 我们可以利用朗之万方程与流体力学介质结合的框架去研究D_s的核修正。



谢谢！