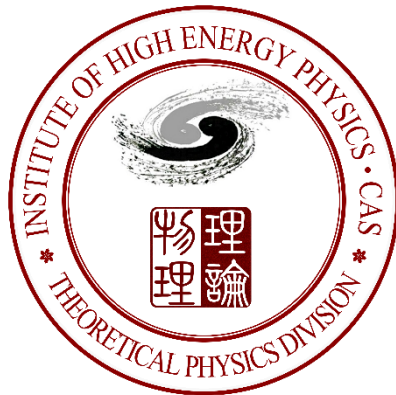


第十七届全国重味物理和 CP 破坏研讨会
2019.7.28 - 2019.8.2, 呼和浩特

研究高扭度的光子光锥分布振幅
对 π 介子的跃迁形状因子的幂次修正

报告人：高婧 高能所

2019 年 7 月 30 日



目录

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

□ 总结与展望

目录

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

□ 总结与展望

研究动机

🦋 $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi$:

作为最简单的硬遍举过程, 可用于检验微扰 QCD 因子化的预言

🦋 π 介子的跃迁形状因子:

$$\langle \pi(p) | j_{\mu}^{\text{em}} | \gamma(p') \rangle = g_{\text{em}}^2 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^{\alpha} p^{\beta} \epsilon^{\nu}(p') F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}(Q^2)$$

有助于提高对强相互作用中动力学部分的理解

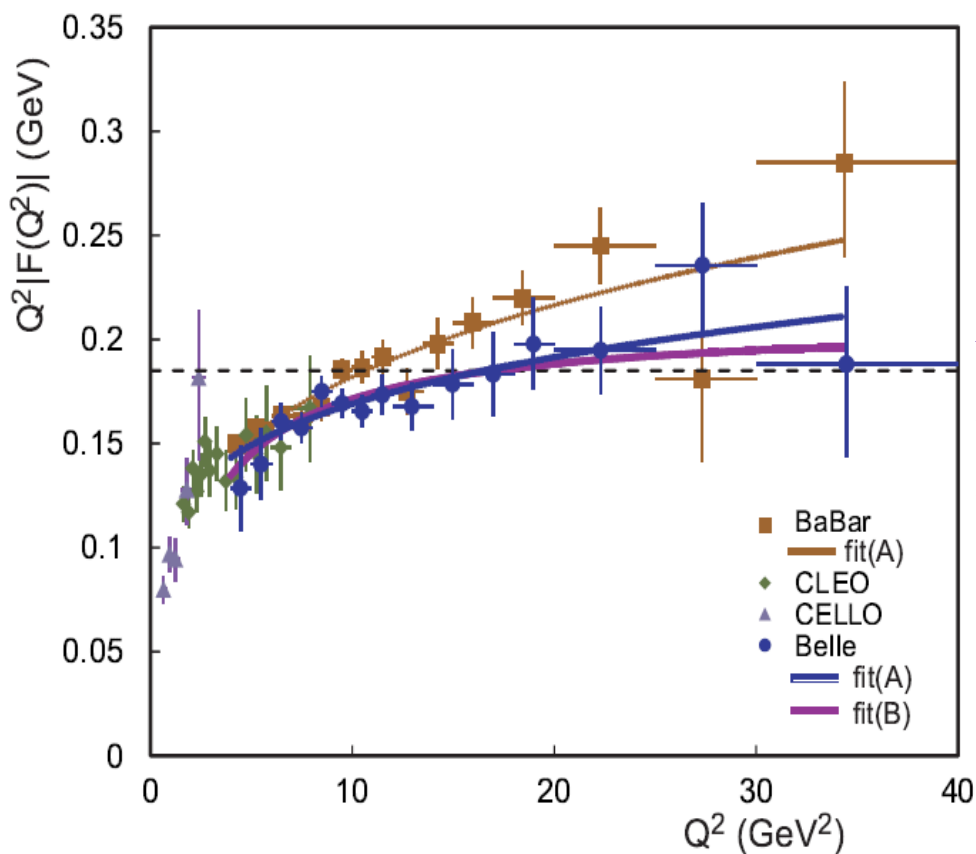
🦋 幂次修正:

给出更精确的 π 介子跃迁形状因子的理论预言, 对确定 π 介子光锥分布振幅的盖根鲍尔矩有一定的意义

研究现状

□ 实验测量

正、负电子对撞辐射出两个光子，而之后产生的一对夸克以强子的形式被探测到。



- ☼ H.-J. Behrend et al., CELLO Coll., Z. Phys. C49 (1991)
- ☼ J. Gronberg et al., CLEO Coll., PRD 57, 33 (1998)
- ☼ B. Aubert et al., BaBar Coll., PRD 80 (2009)
- ☼ S. Uehara et al., Belle Coll., PRD 86 (2012) 092007

研究现状

□ 理论研究

目前已有有很多理论方法用于研究 π 介子的跃迁形状因子:

- QCD 因子化 ✧ A.R. Zhitnitsky, hep-ph 9605226, 1996
- QCD Sum Rule ✧ M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B147 (1979)
- 横向动量依赖的因子化方案 (TMD) ✧ S. Nandi and H. n. Li, Phys. Rev. D 76 (2007)
- 光锥求和规则 (LCSR)
- 格点计算

□ 本文工作

- 🦄 简述 π 介子跃迁形状因子在树图阶和单圈阶的领先幂次贡献
- 🦄 利用LCSR计算两粒子光子光锥分布振幅的幂次修正贡献
- 🦄 利用LCSR计算三粒子光子光锥分布振幅的幂次修正贡献

目录

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

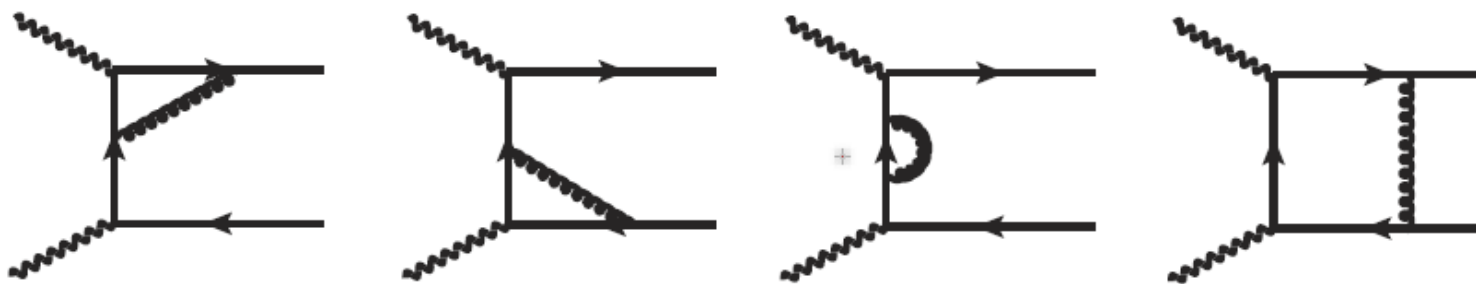
□ 总结与展望

领先幂次贡献

• 树图阶 (LO) 费曼图

$$p'_\mu = \underbrace{\frac{n \cdot p'}{2}}_{\mathcal{O}(\sqrt{Q^2})} \bar{n}_\mu, \quad p_\mu = \underbrace{\frac{\bar{n} \cdot p}{2}}_{\mathcal{O}(\sqrt{Q^2})} n_\mu + \underbrace{\frac{n \cdot p}{2}}_{\mathcal{O}(\Lambda^2/\sqrt{Q^2})} \bar{n}_\mu.$$

• 单圈阶 (NLO) 费曼图



🌈 π 介子的跃迁形状因子的领先幂次结果

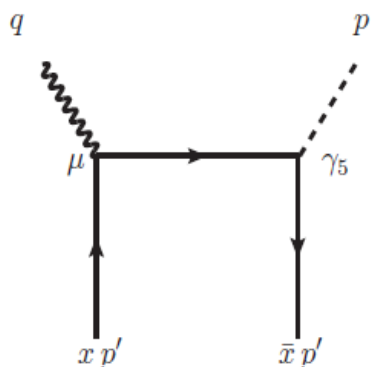
$$F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}^{\text{LP}}(Q^2) = \frac{\sqrt{2}(Q_u^2 - Q_d^2)f_\pi}{Q^2} \int_0^1 dx \left[T_2^{(0)}(x) + T_2^{(1),\Delta}(x, \mu) \right] \phi_\pi^\Delta(x, \mu) + \mathcal{O}(\alpha_s^2).$$

光锥求和规则 (LCSR)

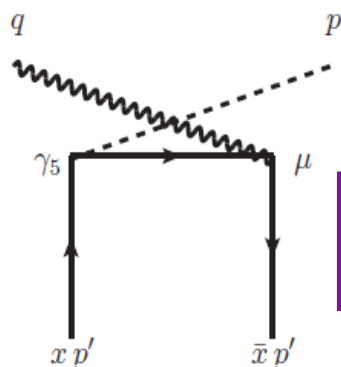
- 定义一个两点关联函数：

$$G_\mu(p', q) = \int d^4z e^{-iq \cdot z} \langle 0 | T \{ j_{\mu, \perp}^{\text{em}}(z), j_\pi(0) \} | \gamma(p') \rangle$$

$$j_\mu^{\text{em}} = \sum_q g_{\text{em}} Q_q \bar{q} \gamma_\mu q \quad j_\pi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u} \gamma_5 u - \bar{d} \gamma_5 d)$$



(a)



(b)



Power counting :

$$|n \cdot p| \sim \bar{n} \cdot p \sim n \cdot p' \sim \mathcal{O}(\sqrt{Q^2})$$

光锥求和规则(LCSR)

• 算符乘积展开 (OPE)

- 将电磁流与内插流中的夸克收缩，得到自由的传播子
- 当 $Q^2 = -q^2$ 大时，主要贡献来自于算符乘积在光锥附近按扭度展开的矩阵元
- 将关联函数中的非定域算符展开为定域算符之和：

$$\langle 0 | \bar{q}(x) [x, 0] \sigma_{\alpha\beta} q(0) | \gamma(p) \rangle = i g_{em} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) (p_\beta \epsilon_\alpha - p_\alpha \epsilon_\beta) \int_0^1 dz e^{izp \cdot x} \left[\chi(\mu) \phi_\gamma(z, \mu) \right. \\ \left. + \frac{x^2}{16} \mathbb{A}(z, \mu) \right] + \frac{i}{2} g_{em} Q_q \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\mu)}{p \cdot x} (x_\beta \epsilon_\alpha - x_\alpha \epsilon_\beta) \int_0^1 dz e^{izp \cdot x} h_\gamma(z, \mu).$$

扭度为2

扭度为4 twist-3 由于洛仑兹结构的原因不贡献

强子层次上的关联函数计算

- 利用么正性在两个流算符之间插入强子态完备集

$$G_\mu(p', q) = \frac{\langle 0 | j_\pi | \pi(p) \rangle \langle \pi(p) | j_{em} | \gamma(p') \rangle}{m_\pi^2 - p^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\rho^h(s, Q^2)}{s - p^2 - i0}$$

🌈 π 介子的衰变常数: $\langle 0 | j_\pi | \pi(p) \rangle = -i f_\pi \mu_\pi(\mu)$

🌈 π 介子的跃迁形状因子:

$$\langle \pi(p) | j_\mu^{em} | \gamma(p') \rangle = g_{em}^2 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha p^\beta \epsilon^\nu(p') F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}(Q^2)$$

- 将结果解析延拓到物理空间并表达成色散积分的形式

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{t_{min}}^{\infty} ds \frac{\text{Im } \Pi(s)}{s - q^2 - i\epsilon}$$

强子层次上的关联函数计算

- 夸克-强子对偶性假设

$$q^2 \int_{s_0^h}^{\infty} ds \frac{\rho^h(s)}{s(s-q^2)} \simeq \frac{1}{\pi} q^2 \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im} \Pi^{(pert)}(s)}{s(s-q^2)}$$

有效阈值

夸克-强子对偶性可以将强子谱函数积分近似地以夸克相互作用的虚部积分表示

- Borel变换**

$$B_{M^2} \left(\frac{1}{(m^2 - q^2)^k} \right) = \frac{1}{(k-1)!} \frac{\exp(-m^2/M^2)}{M^{2(k-1)}} \longleftrightarrow \text{Borel 质量}$$

- 改善求和规则的可靠性
- 压低连续态和激发态的贡献

光子光锥分布振幅的幂次修正贡献

- 两粒子领先扭度贡献

$$F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}^{2\text{PLT}}(Q^2) = -\frac{\sqrt{2} (Q_u^2 - Q_d^2)}{f_\pi \mu_\pi(\mu) Q^2} \chi(\mu) \langle \bar{q}q \rangle(\mu) \int_0^{s_0} ds \exp \left[-\frac{s - m_\pi^2}{M^2} \right] \\ \times \left[\rho^{(0)}(s, Q^2) + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi} \rho^{(1)}(s, Q^2) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2).$$

✧ Yu-Ming Wang, Yue-Long Shen, JHEP 1805 (2018) 184

- 两粒子高扭度贡献

$$F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}^{2\text{PHT}}(Q^2) = -\frac{\sqrt{2} (Q_u^2 - Q_d^2)}{4f_\pi \mu_\pi(\mu)} \langle \bar{q}q \rangle(\mu) \left\{ \frac{1}{Q^2} \mathbb{A}(u_0) e^{-\frac{s_0 - m_\pi^2}{M^2}} \right. \\ \left. + \int_{u_0}^1 \frac{du}{u^2} \frac{1}{M^2} \exp \left[-\frac{\bar{u}Q^2 - um_\pi^2}{uM^2} \right] \mathbb{A}(u, \mu), \right\}$$

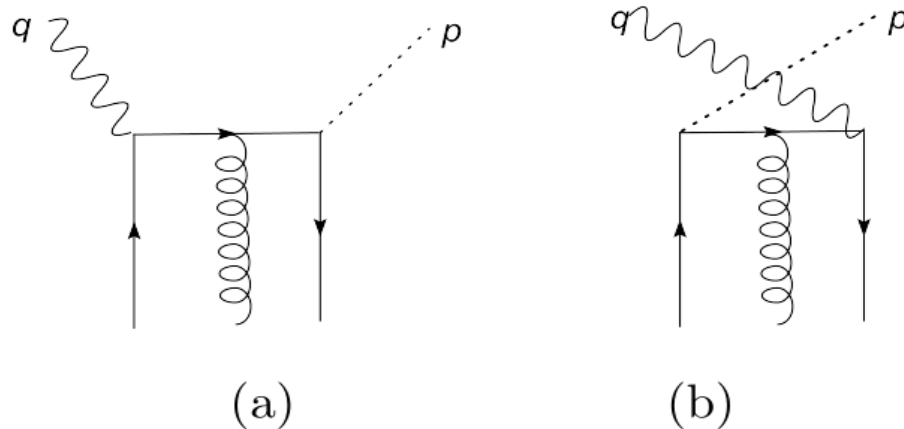
扭度为4

$$u_0 = Q^2 / (s_0 + Q^2)$$

✧ Yue-Long Shen, Jing Gao, Cai-Dian Lv and Yan Miao, arXiv:1901.10259

光子光锥分布振幅的幂次修正贡献

- 三粒子光子光锥分布振幅的树图



- 背景场中的夸克传播子

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | T \{ q(x), \bar{q}(0) \} | 0 \rangle_G &\supset i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \int_0^1 du \left[\frac{ux_\mu \gamma_\nu}{k^2} - \frac{\not{k} \sigma_{\mu\nu}}{2k^4} \right] G^{\mu\nu}(ux) \\
 &+ ig_{em} Q_q \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \int_0^1 du \left[\frac{ux_\mu \gamma_\nu}{k^2} - \frac{\not{k} \sigma_{\mu\nu}}{2k^4} \right] F^{\mu\nu}(ux)
 \end{aligned}$$

光子光锥分布振幅的幂次修正贡献

- 三粒子光子光锥分布振幅的twist-4贡献

$$\begin{aligned} F_{\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0}^{3\text{PHT}}(Q^2) &= -\frac{\sqrt{2} (Q_u^2 - Q_d^2)}{2f_\pi \mu_\pi(\mu)} \langle \bar{q}q \rangle(\mu) \frac{1}{Q^2} \left\{ \int_0^{s_0/(s_0+Q^2)} d\alpha_q \int_{s_0/(s_0+Q^2)-\alpha_q}^{1-\alpha_q} \frac{d\alpha_g}{\alpha_g} \right. \\ &\times \rho^{3\text{PHT}}(\alpha_q, \alpha_g, \alpha_{\bar{q}} = 1 - \alpha_q - \alpha_g, u_{s_0}, \mu) e^{-\frac{s_0 - m_\pi^2}{M^2}} \\ &+ \frac{1}{M^2} \int_0^{s_0} ds e^{-\frac{s - m_\pi^2}{M^2}} \int_0^{s/(s+Q^2)} d\alpha_q \int_{s/(s+Q^2)-\alpha_q}^{1-\alpha_q} \frac{d\alpha_g}{\alpha_g} \\ &\left. \times \rho^{3\text{PHT}}(\alpha_q, \alpha_g, \alpha_{\bar{q}} = 1 - \alpha_q - \alpha_g, u_s, \mu) \right\} \end{aligned}$$

光子光锥分布振幅的幂次修正贡献

- 幂次修正的定性分析

$$s_0 \sim M^2 \sim \mathcal{O}(\Lambda^2), \quad \bar{u}_0 \sim \mathcal{O}(\Lambda^2/Q^2).$$

$$\frac{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{2PLT}(Q^2)}{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{LP}(Q^2)} \sim \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda^2}{Q^2}\right)$$

$$\frac{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{2PHT}(Q^2)}{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{LP}(Q^2)} \sim \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda^4}{Q^4}\right)$$

$$\frac{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{3PHT}(Q^2)}{F_{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi}^{LP}(Q^2)} \sim \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda^2}{Q^2}\right)$$

目录

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

□ 总结与展望

非微扰输入参量

- 光锥求和规则（LCSR）引入的输入参数：

$$M^2 = (1.25 \pm 0.50) \text{ GeV}^2, \quad s_0 = (0.70 \pm 0.20) \text{ GeV}^2$$

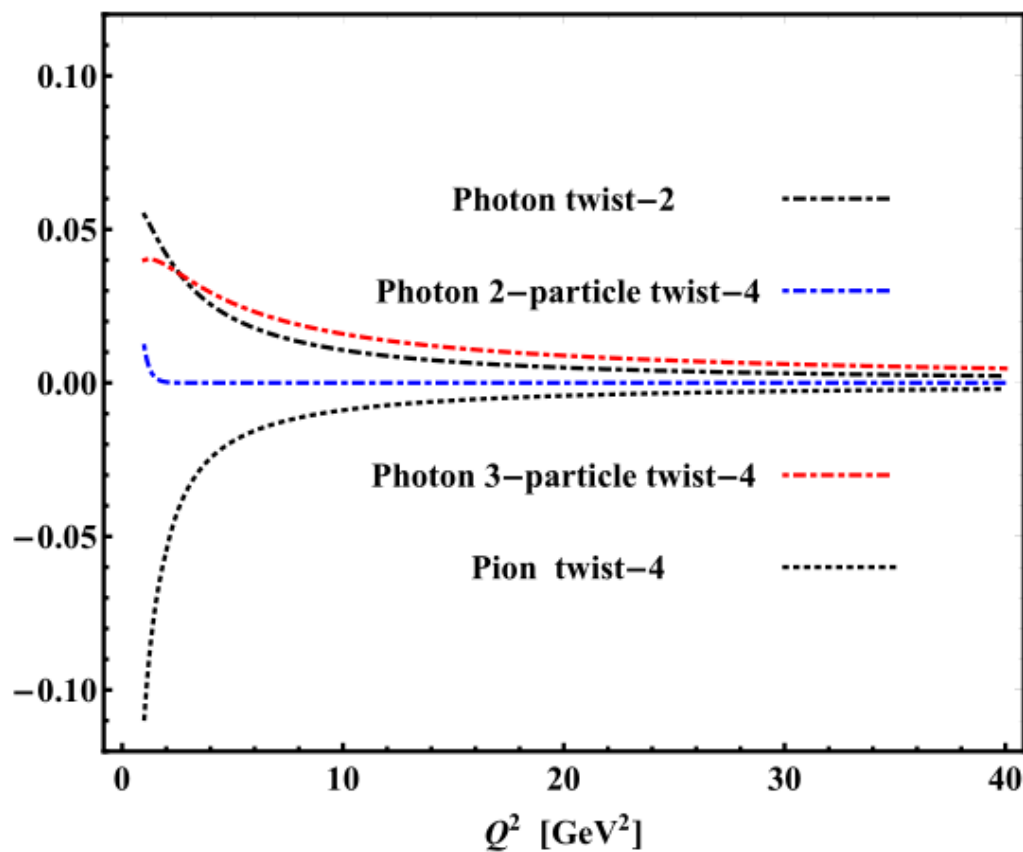
✧ Yu-Ming Wang, Yue-Long Shen, Nucl. Phys. B898 (2015) 563, arXiv:1506.00667

- 光子光锥分布振幅的非微扰输入参数：

$\chi(\mu_0)$	$\langle \bar{q}q \rangle(\mu_0)$	$b_2(\mu_0)$	$\kappa(\mu_0)$	$\kappa^+(\mu_0)$	$\zeta_1(\mu_0)$	$\zeta_1^+(\mu_0)$	$\zeta_2^+(\mu_0)$
$(3.15 \pm 0.3) \text{ GeV}^{-2}$	$-(246_{-19}^{+28} \text{ MeV})^3$	0.07 ± 0.07	0.2 ± 0.2	0	0.4 ± 0.4	0	0

✧ Yue-Long Shen, Jing Gao, Cai-Dian Lv and Yan Miao, arXiv:1901.10259

幂次修正对 π 介子跃迁形状因子的影响



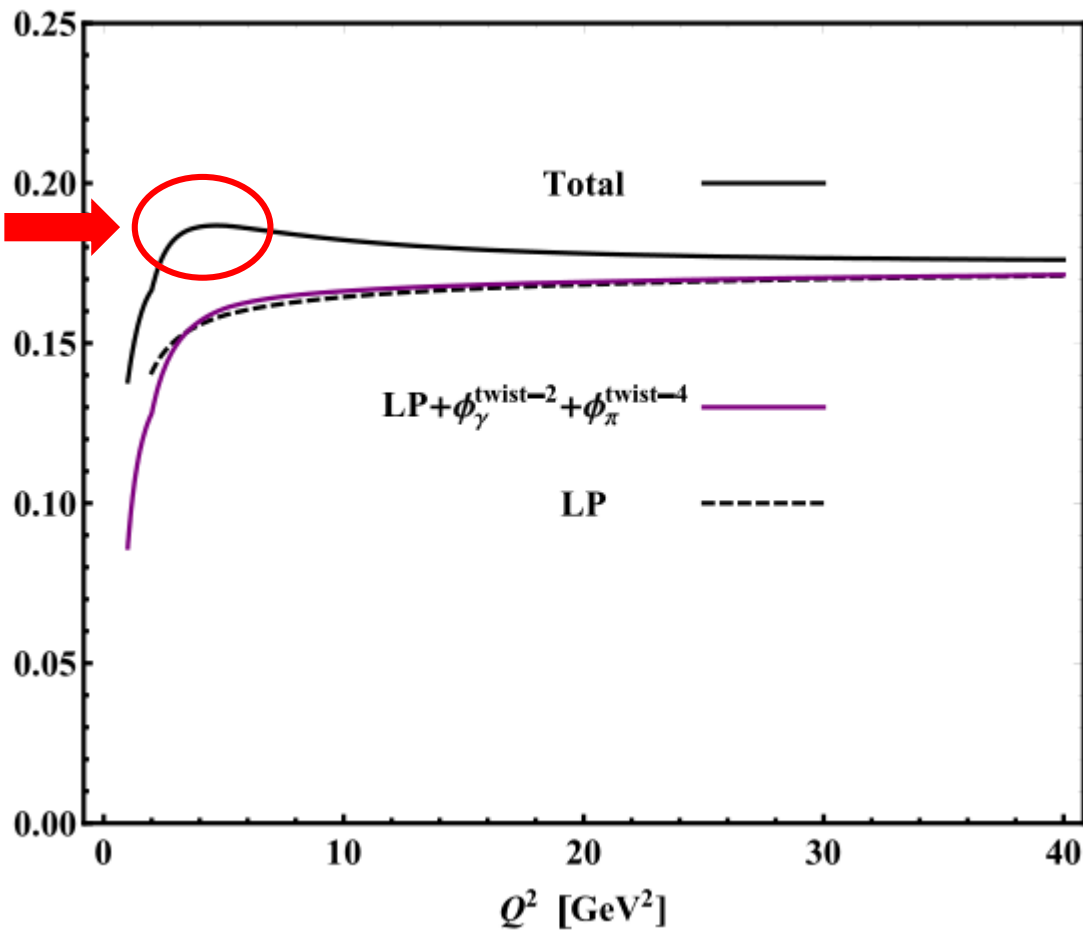
👉 在 Q^2 非常小的区域，幂次修正贡献对 π 介子跃迁形状因子有着显著的影响

👉 光子两粒子扭度为2的贡献与 π 介子扭度为4的贡献相互抵消

👉 幂次修正对 π 介子跃迁形状因子的影响主要来自于光子扭度为4的贡献

包含幂次修正的 π 介子的跃迁形状因子

光子三粒子扭度为4的修正



- 光子两粒子扭度为2的修正与 π 介子扭度为4的修正相互抵消
- 光子三粒子扭度为4的修正对于 π 介子跃迁形状因子是一个幂次增强的贡献

扭度为2的 π 介子LCDA的非微扰模型

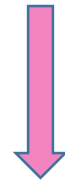
Models	CZ	BMS	KMOW	Holographic	Platykurtic
$a_2(1\text{GeV})$	0.5	$0.20^{+0.07}_{-0.08}$	0.17 ± 0.08	0.15	0.08
$a_4(1\text{GeV})$	0	$-0.15^{+0.10}_{-0.09}$	0.06 ± 0.10	0.06	-0.02



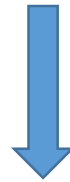
QCD求和
规则



光锥求
和规则

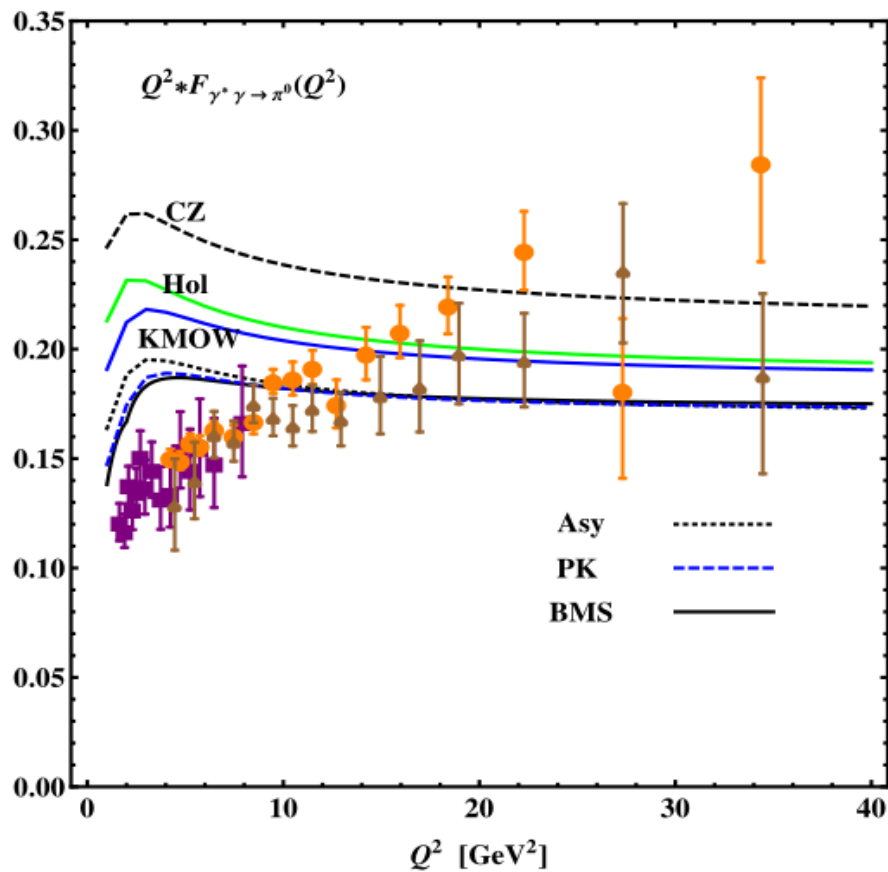


全息
QCD



QCD求和
规则

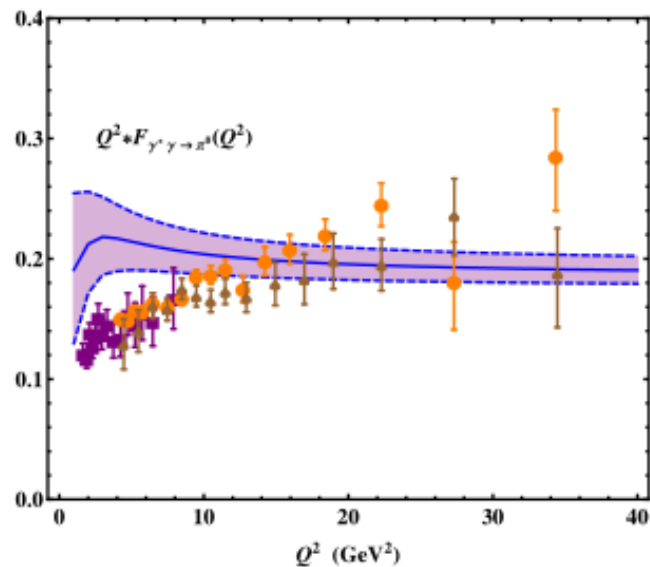
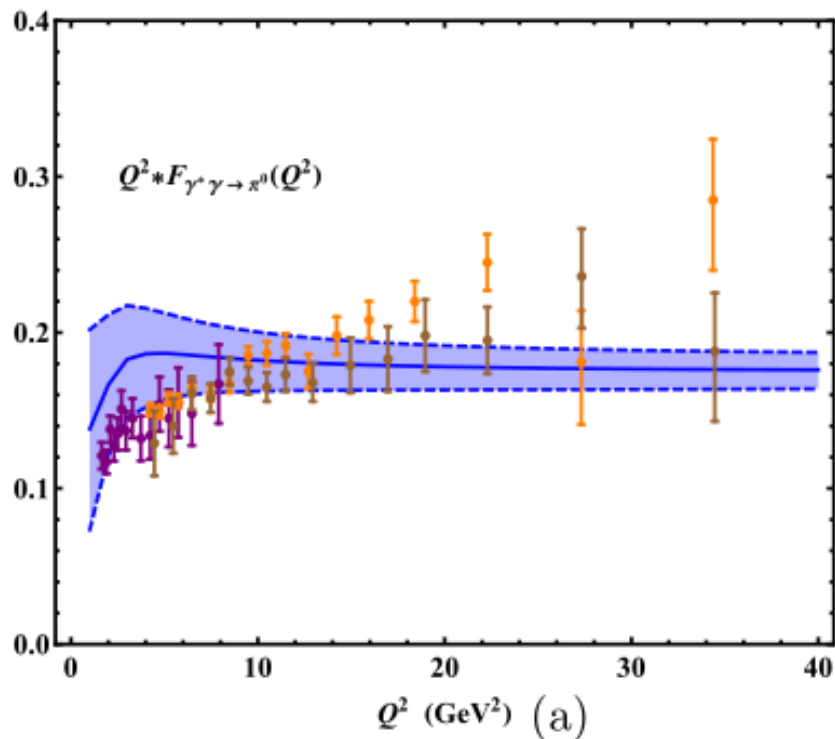
不同模型的理论中心值与实验测量值对比



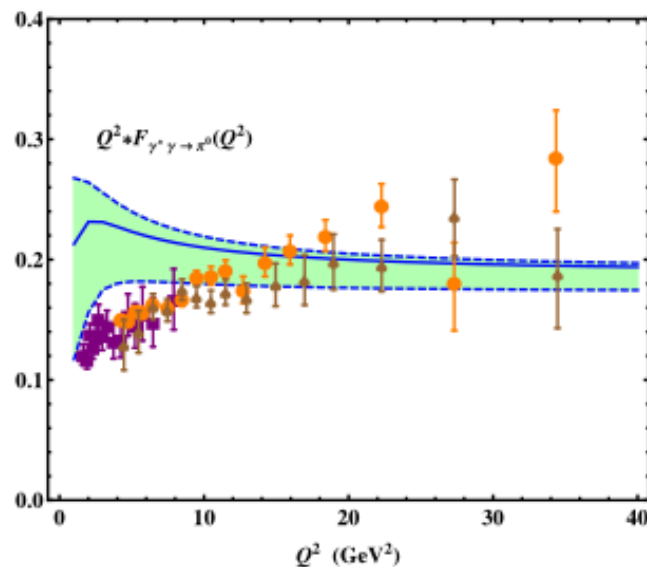
- 🦄 BMS模型给出的理论预言中心值与实验测量结果符合的最好
- 🦄 不同实验组的测量结果在 Q^2 较大的区间内存在较大差异

考虑误差的理论值与实验结果的对比

BMS



KMOW



Holo

在一定的误差范围内理论值与实验值符合的较好

π 介子跃迁形状因子强烈地依赖盖根保尔矩

目录

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

□ 总结与展望

总结和展望

• 总结

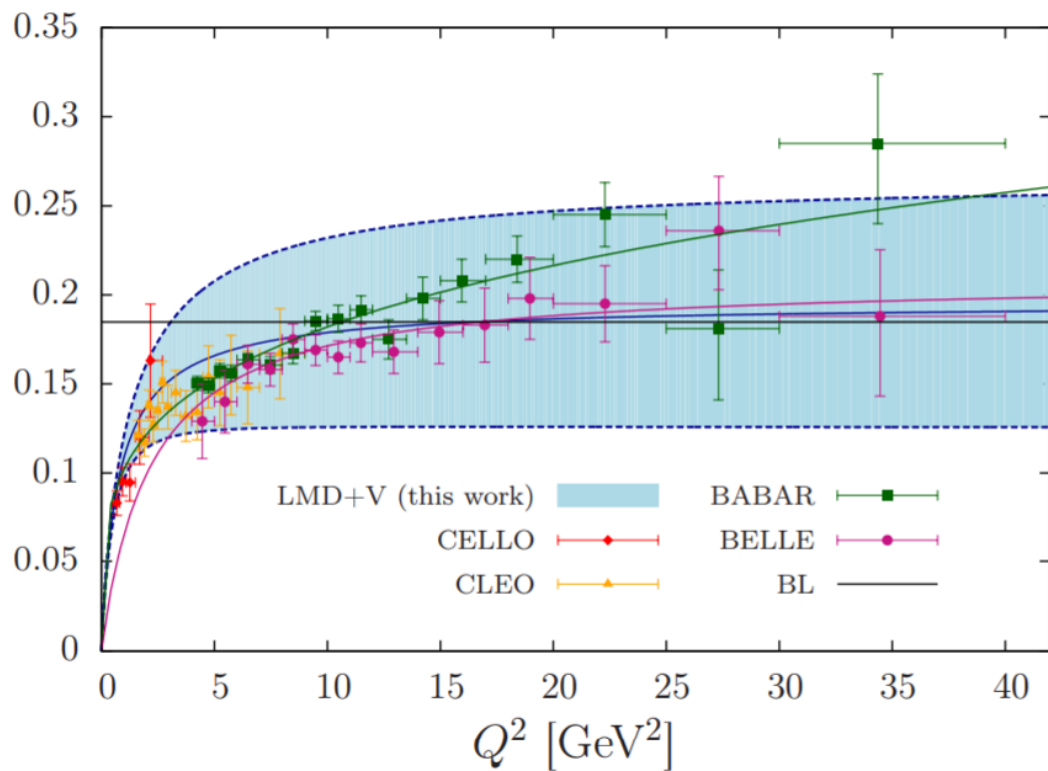
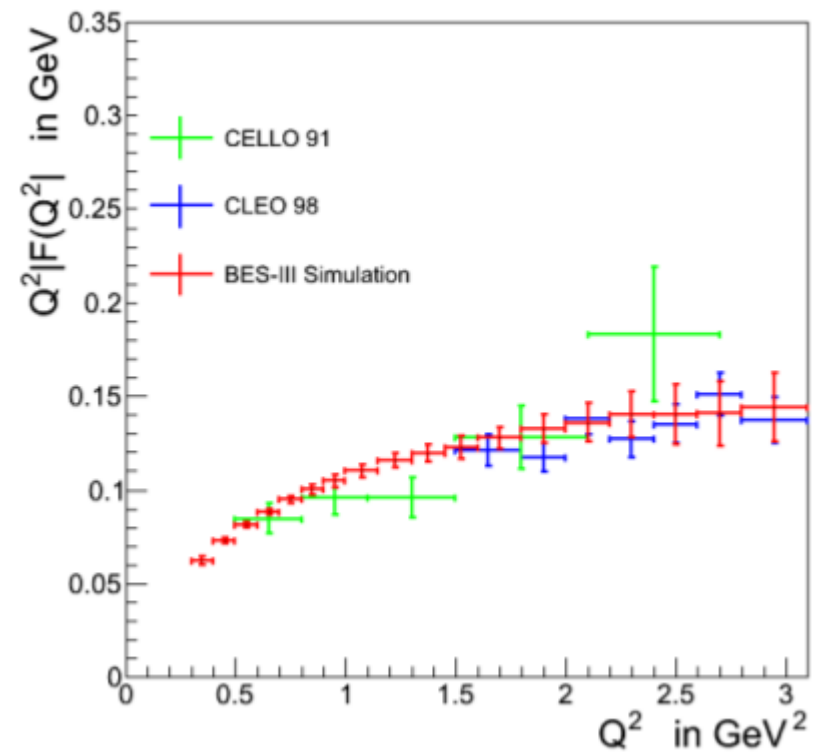
- 1 考虑光子的强子效应，利用LCSR计算了领头扭度、高扭度的两粒子和三粒子扭度为4的光子光锥分布振幅的树图贡献，且幂次修正的贡献主要来自于扭度为4的光子LCDA
- 2 在小 Q^2 区域，三粒子的扭度为4的贡献会对 π 介子的跃迁形状因子产生一个可观的幂次增强修正

• 展望

我们希望之后能够在单圈阶考虑光子LCDA的高扭度贡献并且得到来自BEPCII和SuperKEKB更加精确的实验数据

Thanks for your attention !

附录



附录

- 光子两粒子领头扭度的光锥分布振幅:

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \bar{\chi}(0) W_{\bar{c}}(0, y) \sigma_{\alpha\beta} \chi(y) | \gamma(p') \rangle \\ &= i g_{\text{em}} Q_q \chi(\mu) \langle \bar{q}q \rangle(\mu) [p'_\beta \epsilon_\alpha(p') - p'_\alpha \epsilon_\beta(p')] \int_0^1 du e^{-iu p' \cdot y} \phi_\gamma(u, \mu) \end{aligned}$$

- 光子两粒子高扭度的光锥分布振幅:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q}(x)[x, 0] \sigma_{\alpha\beta} q(0) | \gamma(p) \rangle &= i g_{\text{em}} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) (p_\beta \epsilon_\alpha - p_\alpha \epsilon_\beta) \int_0^1 dz e^{iz p \cdot x} \left[\chi(\mu) \phi_\gamma(z, \mu) \right. \\ & \left. + \frac{x^2}{16} \mathbb{A}(z, \mu) \right] + \frac{i}{2} g_{\text{em}} Q_q \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\mu)}{p \cdot x} (x_\beta \epsilon_\alpha - x_\alpha \epsilon_\beta) \int_0^1 dz e^{iz p \cdot x} h_\gamma(z, \mu). \end{aligned}$$

$$\langle 0 | \bar{q}(x)[x, 0] \gamma_\alpha q(0) | \gamma(p) \rangle = g_{\text{em}} Q_q f_{3\gamma}(\mu) \epsilon_\alpha \int_0^1 dz e^{iz p \cdot x} \psi_\gamma^{(v)}(z, \mu)$$

$$\langle 0 | \bar{q}(x)[x, 0] \gamma_\alpha \gamma_5 q(0) | \gamma(p) \rangle = \frac{g_{\text{em}} Q_q f_{3\gamma}(\mu)}{4} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\tau} p^\rho x^\tau \epsilon^\beta \int_0^1 dz e^{iz p \cdot x} \psi_\gamma^{(a)}(z, \mu),$$

- 光子三粒子高扭度的光锥分布振幅:

$$\langle 0 | \bar{q}(x) g_s G_{\alpha\beta}(u x) q(0) | \gamma(p) \rangle$$

$$= i g_{\text{em}} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) (p_\beta \epsilon_\alpha - p_\alpha \epsilon_\beta) \int [\mathcal{D}\alpha_i] e^{i(\alpha_q + \bar{u}\alpha_g - 1)p \cdot x} S(\alpha_i, \mu)$$

$$\langle 0 | \bar{q}(x) g_s \tilde{G}_{\alpha\beta}(u x) i \gamma_5 q(0) | \gamma(p) \rangle$$

$$= i g_{\text{em}} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) (p_\beta \epsilon_\alpha - p_\alpha \epsilon_\beta) \int [\mathcal{D}\alpha_i] e^{i(\alpha_q + \bar{u}\alpha_g - 1)p \cdot x} \tilde{S}(\alpha_i, \mu)$$

$$\langle 0 | \bar{q}(x) g_{\text{em}} Q_q F_{\alpha\beta}(u x) q(0) | \gamma(p) \rangle$$

$$= i g_{\text{em}} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) (p_\beta \epsilon_\alpha - p_\alpha \epsilon_\beta) \int [\mathcal{D}\alpha_i] e^{i(\alpha_q + \bar{u}\alpha_g - 1)p \cdot x} S_\gamma(\alpha_i, \mu)$$

$$\langle 0 | \bar{q}(x) \sigma_{\rho\tau} g_{\text{em}} Q_q F_{\alpha\beta}(u x) q(0) | \gamma(p) \rangle$$

$$= - g_{\text{em}} Q_q \langle \bar{q}q \rangle(\mu) \frac{(p_\rho x_\tau - p_\tau x_\rho)(p_\alpha \epsilon_\beta - p_\beta \epsilon_\alpha)}{p \cdot x} \int [\mathcal{D}\alpha_i] e^{i(\alpha_q + \bar{u}\alpha_g - 1)p \cdot x} T_4^\gamma(\alpha_i, \mu)$$