



華中師範大學
CENTRAL CHINA NORMAL UNIVERSITY

光核反应的新应用

μ 原子中的核极化效应

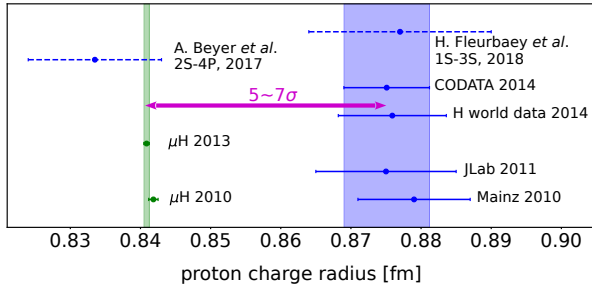
计晨

华中师范大学

第十七届全国核物理大会
武汉 2019.10.8-12

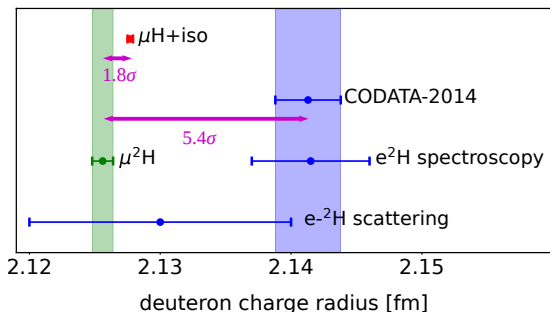
质子半径之谜

- 电子-质子作用实验: $r_p = 0.8770(45)$ fm
 - eH 氢原子光谱
 - $e-p$ 质子散射
- μ 子-质子作用实验: $r_p = 0.8409(4)$ fm
 - μH 原子 兰姆位移 (ΔE_{2S-2P}) [PSI-CREMA]
Pohl *et al.*, Nature (2010); Antognini *et al.*, Science (2013)



氘核半径之谜

- $\mu^2\text{H}$ 兰姆位移: $r_d = 2.12562(78)$ fm Pohl, *et al.*, Science (2016)
- CODATA-2014: $r_d = 2.1415(45)$ fm
- 同位素半径位移 $r_d^2 - r_p^2$:
 $\delta(\mu^2\text{H}, \mu\text{H}) = 3.8112(34)$ fm²
 $\delta(e^2\text{H}, e\text{H}) = 3.8201(07)$ fm² Parthey, *et al.*, PRL (2010)



破解半径之谜

- 半径之谜来由的可能解释：
 - 轻子普适性破坏?
 - 奇异强子结构?
 - 被忽视的实验系统误差?

目前没有哪一种解释已被完全接受

破解半径之谜

- 半径之谜来由的可能解释：

- 轻子普适性破坏？
- 奇异强子结构？
- 被忽视的实验系统误差？

目前没有哪一种解释已被完全接受

- 破解半径之谜的新实验

- 电子-质子散射 (JLab, Mainz, Tohoku U.)
- μ 子-质子散射 (PSI-MUSE)

破解半径之谜

- 半径之谜来由的可能解释：
 - 轻子普适性破坏?
 - 奇异强子结构?
 - 被忽视的实验系统误差?

目前没有哪一种解释已被完全接受

- 破解半径之谜的新实验

- 电子-质子散射 (JLab, Mainz, Tohoku U.)
- μ 子-质子散射 (PSI-MUSE)

- 轻质量 μ 原子精细光谱测量 (PSI-CREMA)

- μH [Pohl *et al.*, Nature (2010); Antognini *et al.*, Science (2013)]
- $\mu^2\text{H}$ [Pohl *et al.*, Science '16]
- $\mu^{3,4}\text{He}^+$ [数据分析中]
- $\mu^3\text{H}$, μLi , μBe [计划中]

从精细光谱测量提取核电荷半径

从兰姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{\text{LS}} = \delta_{\text{QED}} + \mathcal{A}_{\text{OPE}} R_E^2 + \delta_{\text{TPE}}$$

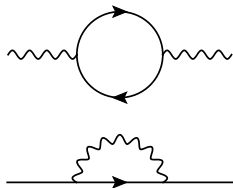
从兰姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{\text{LS}} = \delta_{\text{QED}} + \mathcal{A}_{\text{OPE}} R_E^2 + \delta_{\text{TPE}}$$

- 量子电动力学修正:**

- 真空极化效应
- 轻子自能修正
- 相对论反冲修正



从兰姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{\text{LS}} = \delta_{\text{QED}} + \mathcal{A}_{\text{OPE}} R_E^2 + \delta_{\text{TPE}}$$

- 核结构效应修正:

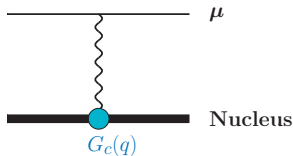
从兰姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{\text{LS}} = \delta_{\text{QED}} + \mathcal{A}_{\text{OPE}} R_E^2 + \delta_{\text{TPE}}$$

- 核结构效应修正:

- $\propto R_E^2 \implies$ 单光子交换中的核结构效应
 $\mathcal{A}_{\text{OPE}} \approx m_\mu^3 (Z\alpha)^4 / 12$



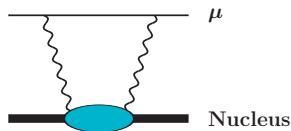
从兰姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{LS} = \delta_{QED} + \mathcal{A}_{OPE} R_E^2 + \delta_{TPE}$$

- 核结构效应修正:

- $\delta_{TPE} \implies$ 双光子交换中的核结构效应
- 弹性贡献项: Zemach moment δ_{Zem}
- 非弹性贡献项: 核极化效应 δ_{pol}



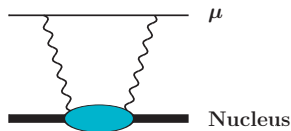
从三姆位移测量核电荷半径

- 从 μ 原子兰姆位移提取核电荷半径

$$\delta E_{LS} = \delta_{QED} + \mathcal{A}_{OPE} R_E^2 + \delta_{TPE}$$

- 核结构效应修正:

- $\delta_{TPE} \implies$ 双光子交换中的核结构效应
- 弹性贡献项: Zemach moment δ_{Zem}
- 非弹性贡献项: 核极化效应 δ_{pol}



- 提取核半径 R_E 的准确度依赖于 δ_{TPE} 的理论输入

$\mu^2\text{H}$ 实验: δ_{pol} 需要1%的理论精度

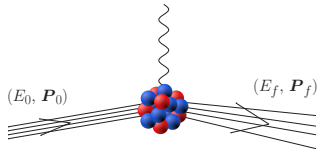
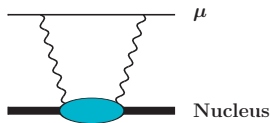
$\mu^{3,4}\text{He}^+$ 实验: δ_{pol} 需要5%的理论精度

由求和规则计算核极化效应

$$\delta_{\text{pol}} = \sum_{g, S_{\hat{O}}} \int_{\omega_{th}}^{\infty} d\omega \underbrace{g(\omega)}_{\text{权重}} \underbrace{S_{\hat{O}}(\omega)}_{\text{结构函数}}$$

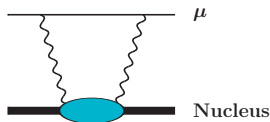
- 能量求和权重 $g(\omega)$
- 核结构函数 $S_{\hat{O}}(\omega)$

$$S_{\hat{O}}(\omega) = \sum_f |\langle \psi_f | \hat{O} | \psi_0 \rangle|^2 \delta(E_f - E_0 - \omega)$$



由求和规则计算核极化效应

$$\delta_{\text{pol}} = \sum_{g, S_{\hat{O}}} \int_{\omega_{th}}^{\infty} d\omega \underbrace{g(\omega)}_{\text{权重}} \underbrace{S_{\hat{O}}(\omega)}_{\text{结构函数}}$$



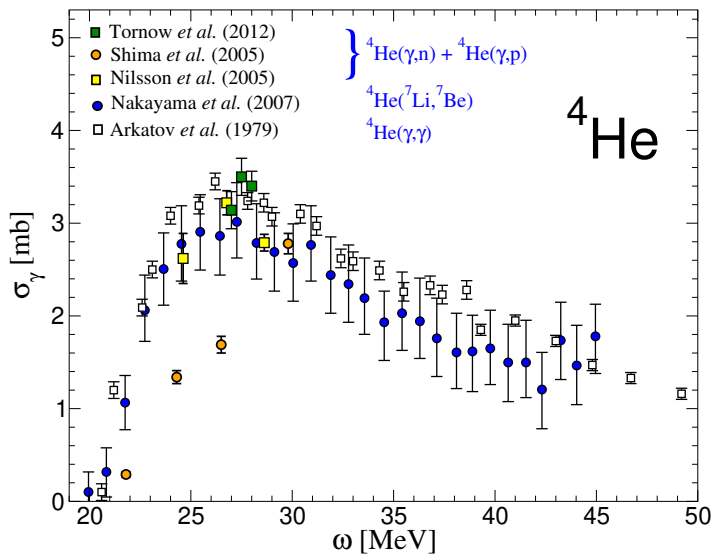
μ 原子中核极化效应 δ_{pol} 的贡献项:

- 电磁多极矩展开
 - E0, E1, E2求和规则
- 相对论效应与库仑扭曲效应修正
- 核子内部结构修正

[CJ, Bacca, Barnea, Hernandez, Nevo-Dinur, JPG 45 \(2018\) 093002](#)

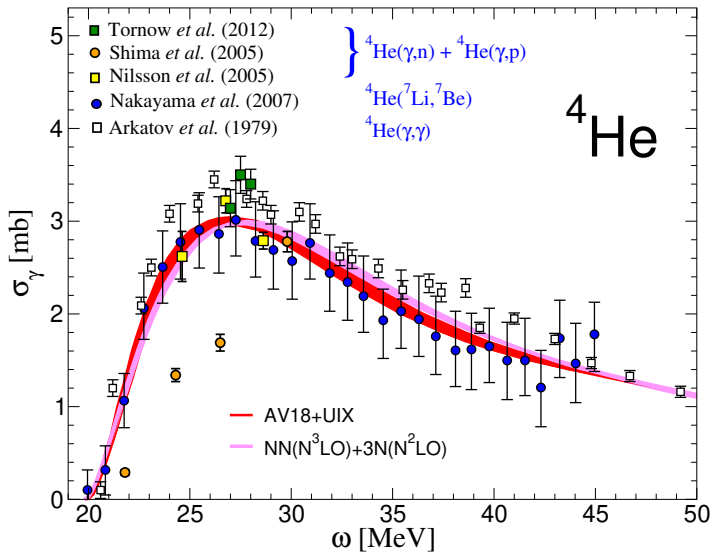
由光核反应实验提取核结构函数 $S_{\hat{O}}$

$$\sigma_{\gamma}(\omega) = 4\pi^2\alpha\omega S_{E1}(\omega)$$



由光核反应实验提取核结构函数 $S_{\hat{O}}$

$$\sigma_{\gamma}(\omega) = 4\pi^2\alpha\omega S_{E1}(\omega)$$



由第一性原理计算核极化效应 δ_{pol}

- $\mu^{2,3}\text{H}$, $\mu^{3,4}\text{He}^+$:

- 第一性原理数值计算方法

Effective Interaction Hyperspherical Harmonics (超球简谐基展开)

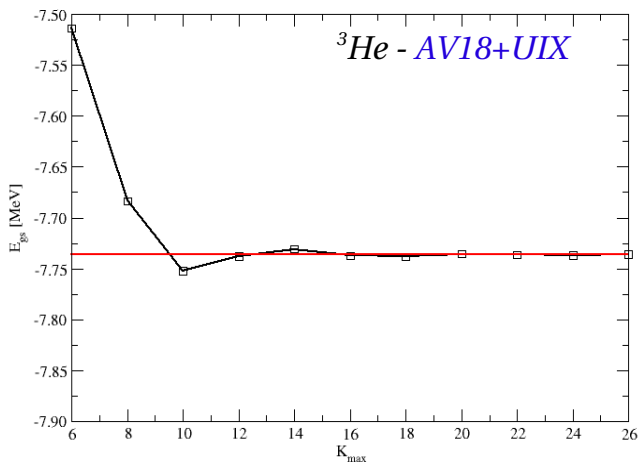
Lorentz Integral Transform (核结构函数)

Lanczos Algorithm (求和规则)

束缚态 \rightarrow 共振/散射态

超球简谐基展开: 束缚态

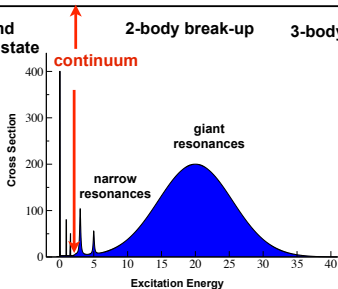
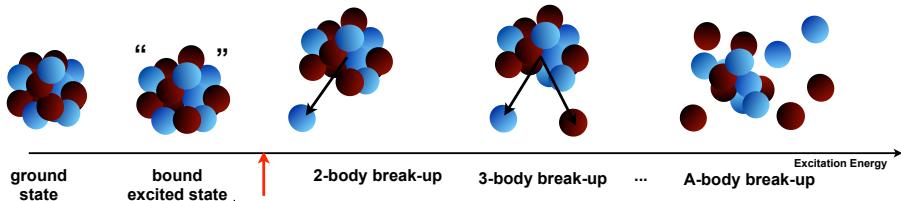
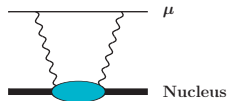
$$|\psi\rangle = \sum_K^{K_{max}} c_K \text{HH}(K)$$



核结构函数：连续谱

- 原子核在双光子交换过程中被虚激发

$$S_O(\omega) = \sum_f |\langle \psi_f | \hat{O} | \psi_0 \rangle|^2 \delta(E_f - E_0 - \omega)$$



$$\sigma \propto |\langle \Psi_f | J^\mu | \Psi_0 \rangle|^2$$

Exact knowledge limited in energy and mass number

由第一性原理计算核极化效应 δ_{pol}

- $\mu^{2,3}\text{H}$, $\mu^{3,4}\text{He}^+$:

- 第一性原理数值计算方法

Effective Interaction Hyperspherical Harmonics (超球简谐基展开)

Lorentz Integral Transform (核结构函数)

Lanczos Algorithm (求和规则)

束缚态 \rightarrow 共振/散射态

- 核子-核子间相互作用势

AV18+UIX

$\chi\text{EFT } NN(N^3\text{LO})+NNN(N^2\text{LO})$

对比两种核力模型下 δ_{pol} 计算结果的差异, 分析核理论误差

CJ, Nevo-Dinur, Bacca, Barnea, PRL 111 (2013) 143402

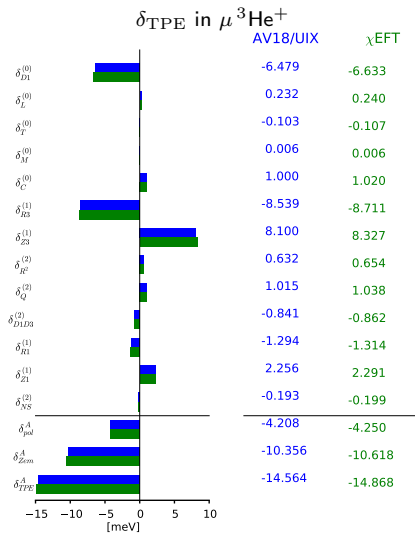
Hernandez, CJ, Bacca, Nevo-Dinur, Barnea, PLB 736 (2014) 344

Nevo Dinur, CJ, Bacca, Barnea, PLB 755 (2016) 380

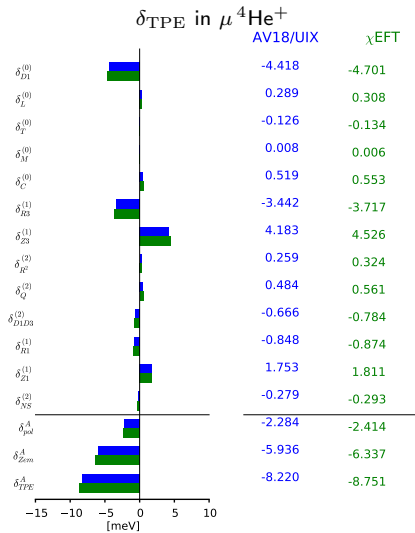
Hernandez, Ekström, Nevo Dinur, CJ, Bacca, Barnea, PLB 788 (2018) 377

CJ, Bacca, Barnea, Hernandez, Nevo-Dinur, JPG 45 (2018) 093002

核极化&双光子交换效应：核理论误差



$$\delta_{\text{TPE}} = -14.72 \text{ meV} \pm 1.5\%(1\sigma)$$

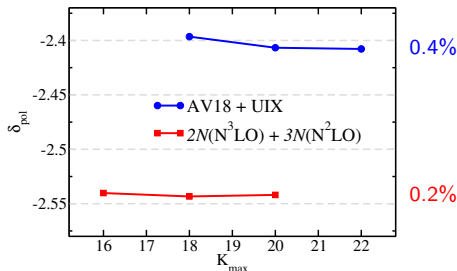


$$\delta_{\text{TPE}}^A = -8.49 \text{ meV} \pm 4.4\%(1\sigma)$$

核极化&双光子交换效应：其他理论误差

数值计算误差

- 超球简谐基收敛性($\mu^4\text{He}^+$)



原子理论误差

- $(Z\alpha)^6$ 修正 高阶于双光子交换
- 相对论与库仑扭曲修正对电磁多极矩求和规则的修正
- 核子结构高阶修正
- 原子理论总误差
 - 1.5% in $\mu^3\text{He}^+$
 - 1.3% in $\mu^4\text{He}^+$

- 综合全部误差分析：

$$\delta_{\text{TPE}}(\mu^3\text{He}^+) = -14.72 \text{ meV} \pm 2.1\%$$

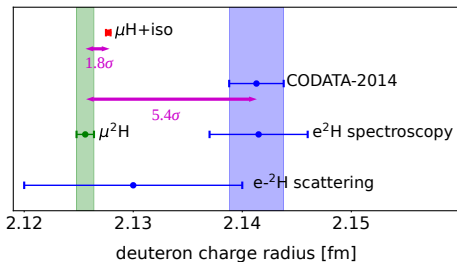
$$\delta_{\text{TPE}}(\mu^4\text{He}^+) = -8.49 \text{ meV} \pm 4.6\%$$

- 计算结果满足 $\mu^{3,4}\text{He}^+$ 实验对 δ_{TPE} 所需5%的精度

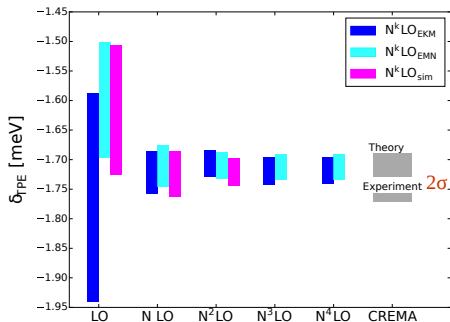
优化核理论精度

$\mu^2\text{H}$ 实验所得氘核半径(r_d)误差由 δ_{TPE} 理论误差主导

- 研究手征有效场核力计算 $\delta_{\text{TPE}}(\mu^2\text{H})$ 在幂次展开下的逐阶收敛
Hernandez, Ekström, Nevo Dinur, CJ, Bacca, Barnea, PLB 788 (2018) 377

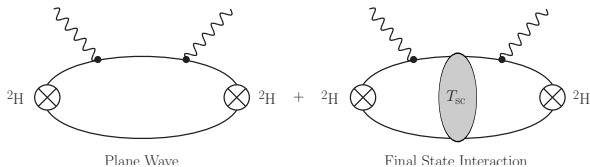


Pohl, *et al.*, Science (2016)



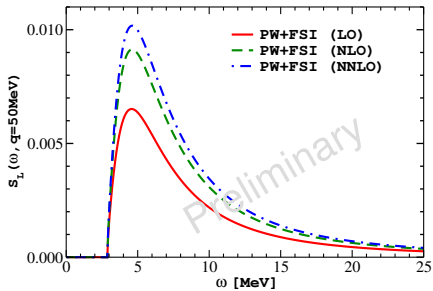
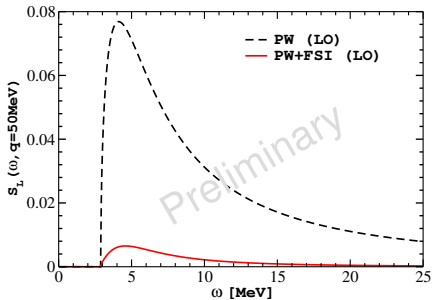
$$\sigma_{\text{trunc}}^{\text{N}^2\text{LO}} \% = (m_\pi/\Lambda_b)^3 \max\{|c_i|\} \rightarrow 1\%$$

从 ^2H 康普顿散射到核极化效应



● 康普顿散射幅 $\mathcal{T}_{\mu\nu} =$

● 由光学原理提取核结构函数: $S_L(\omega, q) = \frac{1}{\pi} \text{Im}\mathcal{T}_{00}$



● 无 π 介子有效场核力下核结构函数 $S_L(\omega, q)$ 逐阶收敛

总结

- 质子半径之谜与 μ 原子中的兰姆位移
 - 向轻子普适性提出潜在的挑战
 - 核极化效应将光核反应与原子光谱联系起来
- 通过第一性原理计算 μ 原子中核极化效应
 - 将理论输入提高到百分比的精度
 - 比由光核反应数据提取的核极化结果更加精确
- 手征有效场理论为系统分析核理论精度提供了可能
 - 无 π 介子有效场核力与光学原理计算 ^2H 的结构函数 $S_L(\omega, q)$
 - 今后将推广到计算 ^3H 与 ^3He 的结构函数

合作者

O.J. Hernandez, S. Bacca	Johannes Gutenberg-Universität Mainz / TRIUMF
N. Nevo-Dinur	TRIUMF
N. Barnea	Hebrew University
A. Ekström	Chalmers University of Technology
L. Platter	University of Tennessee, Knoxville
S.B. Emmons	Carson-Newman University