量子色动力学的未来：机遇和挑战

在壳，还是非在壳？

--个人的一点体会

冯波
浙江大学物理系

- 物理，作为自然科学的基础，是一门**实验和理论并重**的学科。特别是任何理论，必须经过实验的检验

- **高能物理，作为研究物质基本构成及其相互作用等方面的理论，就是量子场论**。

- 由于学科的特点，高能物理的主要实验检验手段就是对撞实验。

- 而联系理论和实验间的一个重要物理量就是“散射振幅”

* 散射振幅的计算，经过一代物理学家的发展，已经形成一个系统的框架。最主要的方法就是“费曼图技术”。
  * （1）写出拉格朗日量
  * （2）计算传播子，相互顶点等部件
  * （3）对需要的分析过程，画出所有费曼图，利用费曼规则给出相应表达式，并计算

- 费曼图技术的优越性：
- （1）方法系统，易于学习、编程
- （2）物理图像清晰：相互作用的定域性、作用通过传播子在时空中传播、守恒量的明显体现（能动量在作用顶点处通过delta函数体现，电荷守恒等等）、体系明显的洛伦兹协变性等等

* 费曼图技术上述的优越性，很大程度上来自于处理问题时的“非在壳”角度：
  * 虚粒子在时空中的传播
  * 为了协变，加入由规范自由度导致的非物理自由度
* 这个出发点，让费曼图技术在应对近年来的计算挑战上力不从心。因此人们努力寻求更高效的计算方案

* 过去十年来的探索，一些替代的方案被建立。在这些方案中，有几个关键的认识：

  （A）**正确变量的利用**

  （B）对“**在壳物理量**”和“**非在壳物理量**”的仔细区分：

  （C）**振幅解析性的充分利用**

* **从我个人的角度，这三个认识的中心点就是“在壳”**

* 正确变量的采用方面：
* （1）对null动量的旋量变量，就是描述“在壳无质量粒子”的恰当变量。旋量本身也是无质量费米子的“手征在壳波函数”
* （2）Twistor变量以及Momentum Twistor变量也是和在壳动量相联系的

总之，变量的构造本质地利用了在壳条件

* 解析性的应用方面：
* （1）几乎所有的解析结构，都是和在壳性相联系的，比如树图振幅的奇点是内线传播子在壳。
* （2）圈图中的branch cut的结构，也和圈传播子的在壳相关。比如现在熟悉的“幺正切割”方案，就是把两条圈传播子在壳化

* （3）高圈计算中，现在一类函数可以用“符号”来表征其解析结构。这些符号也是和外动量的某些在壳性相联系的。
* （4）其实更一般的分析，就是S矩阵方案中著名的Landau方程，它联系圈传播子的在壳性分析

* 那么一个自然的问题是：是否可以有一个理论框架，所有的物理量都可以通过在壳的技术手段计算，而不涉及任何非在壳图像？换句话说，是否我们可以从物理理论中把任何非在壳的物理概念完全去除？

* 历史上，类似的事情发生过。量子力学的两种图像：薛定谔图像和海森堡图像。海森堡发展其理论时的一个初衷就是：只问、只包括可以被测量的物理量和物理问题
* 另一个例子是“弦理论”：目前的形式中，我们只能定义在壳算符，并计算相应的关联函数来计算在壳振幅

* 当然事情并不是那么简单的。量子力学中我们还是喜欢波函数的存在。在弦论中，如同卢老师提醒我的，为了理解“弦的产生和湮灭”，人们发展“弦场论”，就是寻求一个“非在壳框架”，从而处理这些非在壳的过程

* 在我个人的体会中，也许在树图层面我们可以尽量避免非在壳的出现（是否能完全避免，我也不能断言）
* 但是在圈图层面（即量子修正上），能否做到尽量避免，我个人都是不清楚的

树图层面的进展

- 近年来散射振幅在树图层面的理解上突飞猛进，建立了一些“纯在壳框架”。可以基于一些普遍的原则，直接写出结果。
- 由于新的技术，对拉格朗日量的依赖性很低。该方法可以被应用到一些没有拉格朗日量描述的场论中。这是一个值得注意的点
- 下面我略举一些例子演示这些进展及思想

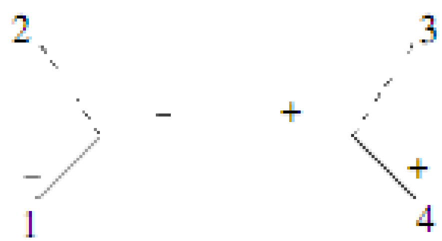
基本相互作用部件

- 对4D无质量粒子的三点相互作用，helicity、洛伦兹不变性，可以确定其表达式是

$$M^{h_1 h_2 h_3} = \begin{cases} \tilde{g}[12]^{h_1+h_2-h_3}[23]^{h_2+h_3-h_1}[31]^{h_3+h_1-h_2} & \text{when } h_1+h_2+h_3>0 \\ g\langle 12\rangle^{h_3-h_1-h_2}\langle 23\rangle^{h_1-h_2-h_3}\langle 31\rangle^{h_2-h_3-h_1} & \text{when } h_1+h_2+h_3<0 \end{cases}.$$

- 计算四点振幅时，我们把三点部件拼接起来，满足“分解形式”（也就是树图层面振幅的么正性）

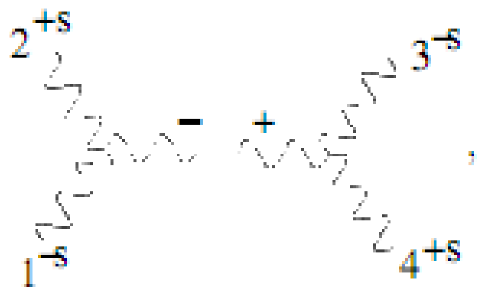
* 标量+费米子：



$$, \quad \langle 1I\rangle[I4] = \langle 1|p_I|4],$$

$$\frac{\langle 1|(p_2-p_3)|4]}{s} + \frac{\langle 1|(p_3-p_2)|4]}{u}.$$

* 自旋为S粒子的自相互作用：



$$, \quad R_s = \left(\frac{\langle 1I\rangle^3}{\langle 12\rangle\langle I2\rangle}\right)^s \left(\frac{[I4]^3}{[I3][43]}\right)^s = \left(\frac{\langle 13\rangle^2[24]^2}{u}\right)^s$$

* 由此可以得到s,t,u道的留数

$$R_s = \left(\frac{\langle 13\rangle^2[24]^2}{u}\right)^s, R_t = \left(\frac{\langle 13\rangle^2[24]^2}{s}\right)^s, R_u = \left(\frac{\langle 13\rangle^2[24]^2}{t}\right)^s$$

* 上面结果的一个关键是s道的留数出现了u pole。这个观测非常有力。对s=1，如果振幅是

$$(13)^2[24]^2\left(\frac{A}{st}+\frac{B}{tu}+\frac{C}{us}\right)$$

* 留数计算的自洽性要求(C-A)=1,(A-B)=1,(B-C)=1，从而不能有非零解。

* 问题的解决是必须引入种类，相互作用顶点缀上 $f^{a_1a_2a_3}$

$$\langle 13\rangle^2[24]^2\left(\frac{A^{a_1a_2a_3a_4}}{st}+\frac{B^{a_1a_2a_3a_4}}{tu}+\frac{C^{a_1a_2a_3a_4}}{us}\right)$$

自洽条件给出

$$\begin{aligned}
C^{a_1a_2a_3a_4}-A^{a_1a_2a_3a_4} &= f^{a_1a_2e}f^{ea_3a_4}\\
A^{a_1a_2a_3a_4}-B^{a_1a_2a_3a_4} &= f^{a_2a_3e}f^{ea_4a_1}\\
B^{a_1a_2a_3a_4}-C^{a_1a_2a_3a_4} &= f^{a_3a_1e}f^{ea_2a_4}
\end{aligned}$$

有解需要条件

$$f^{a_1a_2e}f^{ea_3a_4}+f^{a_2a_3e}f^{ea_4a_1}+f^{a_3a_1e}f^{ea_2a_4}=0$$

* 上面的计算给出两个结论：
  * （1）阿贝尔规范场，不带类指标，因此自相互作用为零。
  * （2）阿贝尔规范场，带类指标，相互作用常数满足李代数结构

* 对s=2的情况，pole只能是一次的，给出唯一的可能表达式

$$-\frac{\langle 13\rangle^4[24]^4}{stu}$$

- 上面的简单例子演示了在壳计算的一般原则
  - （1）对称性等讨论，决定3点振幅
  - （2）通过拼接，给出高点振幅
- 这个拼接过程，系统化后就是“在壳递推关系”。

$$A_n = \sum_{z_\alpha, h=\pm} A_L(p_i(z_\alpha), p^h(z_\alpha)) \cdot \frac{1}{p_\alpha^2} A_R(-p^{-h}(z_\alpha), p_j(z_\alpha)) + B$$

* 一些进一步说明：
  * （1）用在壳递推关系时，不同的形变对会给出不同的表达式。它们之间的等价性会给出非常强的限制
  * （2）递推关系现在被推广到不仅能应用“奇点”的性质，还可以应用“零点”的性质（即soft极限的情况）

* 在一些近期的工作中，还显示出基于一些基本图像：奇点的定域性、么正性、规范不变性或者软极限行为，相应理论（比如规范场和NLSM等）的振幅可以完全被决定

* 上面树图层面的结果，自然导致了这样的问题“是否在壳的框架可以完全取代传统的框架？”
  * （1）原则上，知道了树图振幅，我们可以重新构建出对应的拉格朗日量。从这个角度，上面的问题的答案好像是肯定的
  * （2）但是，实际上当计算圈图修正时，由于发散的出现，在壳框架是否能完全处理，是一个微妙的事情

一圈图的计算

- 用约化的方法，圈图的计算转化为展开系数的计算
- 么正切割的方案中，通过左右在壳树图的输入，有系统的代数算法给出相应系数
- 从这个角度，至少一圈图的计算是能避免“非在壳”的出现

* 其实问题并不是如此简单：发散的存在，需要小参数ε的引入。直接输入4D的结果，无法探测某些基的系数
  * （1）我们第一次碰到这个问题是计算N=1QCD的振幅。这里由于对称性，这些无法探测的系数和可探测的系数之间有内在联系，因此可以避免它们的计算

（2）在一般情况下，我们必须探测这些系数，因此我们需要把4D的幺正切割方案推广到一般的（4-2ε）维的幺正切割。这需要树图的输入需要扩展到（4-2ε）维的在壳振幅。这种扩展，在某种意义上，其实是4D的非在壳化。这个思想，即低维的非在壳，转化为高维的在壳，在“在壳圈图计算的框架”中被多次利用。比如CHY框架中，有质量粒子的散射方程就可以如此推广出来。

* 上面的讨论是针对展开系数的“在壳计算”。那么一圈图被积函数（即从费曼图读出的有理表达式）是否也能有在壳的计算方法呢？
  * （1）近年来发展的Q-cut方法，就是一种读出被积函数的在壳方法。
  * （2）不过Q-cut得到的是积分意义下等价的表达式。特别由于线性传播子的出现，积分的计算和解析结构的处理还需要更多工作

两圈及以上

* 此时圈图计算的问题变得很复杂。在壳性方法被使用，简化了计算。其主要思路是切割某些圈传播子后，被积函数由在壳树图的乘积给出。在这个复杂度降低的框架里进行标准的IBP计算会快很多。最后把不同模块的结果拼接起来就得到完整结果。

* 相比于一圈图的在壳计算方法，高圈对在壳性的利用还远不令人满意：
* （1）一圈图中很清楚的看到，解析结构和“符号”的关联性。高圈的解析结构也和符号及其推广相联系。问题是如何系统、简单的确定符号？我觉得一圈图的幺正切割方法应该能被推广，但是推广的细节还没有被给出。

* （2）同样的，高圈完整的被积函数能否有在壳的构造方案？Q-cut方案原则上是可以推广到高圈的无质量理论，但是细节还需要给出。同时，对有质量理论的Q-cut的推广，目前还缺乏一个关键的思想。

广告

* 国际SUSY2020年会将于2020年7月27-31在北京会议中心召开

* Pre-SUSY2020将于2020年7月20-24在北京召开

* 国内的Pre-SUSY2020将于2020年7月13-19在北京召开

最后祝赵老师

福如东海长流水

寿比南山不老松